

Formuleblad Wisselstromen

Formules tot en met paragraaf 6

In het geval dat er een zuivere weerstand op de bron is aangesloten geldt voor de effectieve spanning en effectieve stroom:

$$\text{Als } P_{gem} = \frac{1}{a} P_{max} \quad \text{dan} \quad U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{a}} U_{max} \quad \text{en} \quad I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{a}} I_{max}.$$

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt} \quad (\text{spoel}) \quad I = C \cdot \frac{dU}{dt} \quad (\text{condensator})$$

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} \quad (\text{impedantie})$$

$$P_{gem} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi) \quad (\text{geleverde vermogen})$$

Serieschakeling van weerstand R met spoel L en condensator C:

(voor een spoel geldt: $Z_L = \omega L$)
(voor een condensator geldt: $Z_C = \frac{1}{\omega C}$)

$$Z_{ser}^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$$

$$\tan(\varphi) = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

Parallelschakeling van weerstand R met spoel L en condensator C:

(voor een spoel geldt: $Z_L = \omega L$)
(voor een condensator geldt: $Z_C = \frac{1}{\omega C}$)

$$\frac{1}{Z_{par}^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C} \right)^2$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{R}}$$

Formules vanaf paragraaf 7

$$Z = \frac{U}{I} \quad (\text{complexe impedantie algemeen})$$

$$Z_L = j\omega L \quad (\text{complexe impedantie van spoel})$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C} \quad (\text{complexe impedantie van condensator})$$

$$Z_v = Z_1 + Z_2 + Z_3 \quad (\text{impedantie serieschakeling})$$

$$\frac{1}{Z_v} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \quad (\text{impedantie parallelschakeling})$$

$$H = \frac{U_{UIT}}{U_{IN}} \quad (\text{overdracht filter})$$

$$H = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{bij spanningsdeler als filter})$$

Naam: _____ Klas: _____

Toets Wisselstromen (versie A)

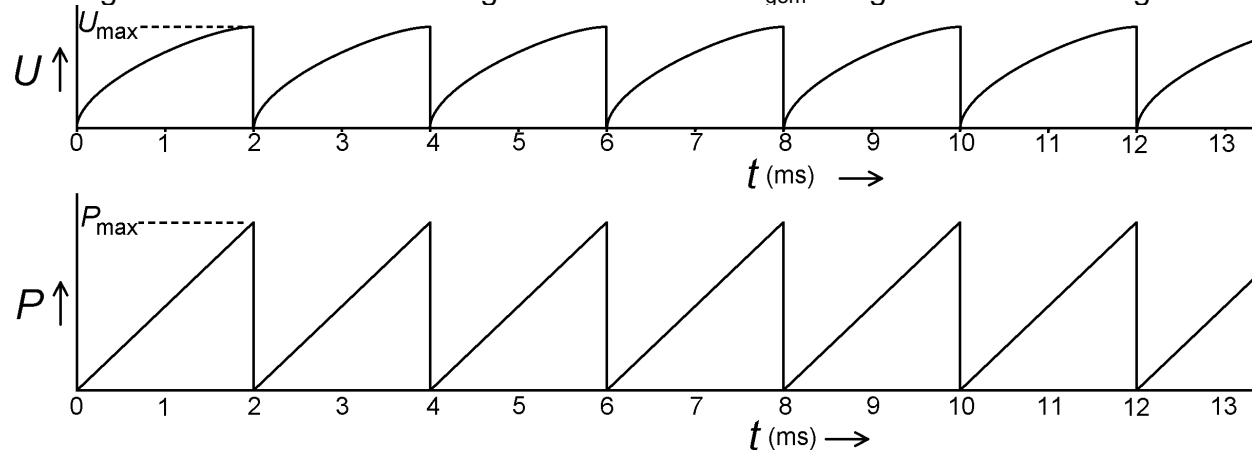
Bij deze toets hoort een formuleblad.

Opgaven 1 tot en met 6 hebben betrekking op de paragrafen 1 tot en met 6.

Hierbij wordt geen gebruik gemaakt van complexe getallen of complexe impedanties.

Opgave 1

Een weerstand R wordt aangesloten op een periodieke spanning. In de onderstaande figuur is deze spanning als functie van de tijd weergegeven. Het spanningsverloop is zodanig, dat het vermogen dat aan de weerstand geleverd wordt, binnen een periode een lineair tijdsverloop heeft. In deze opgave is P_{\max} het maximale (momentane) vermogen dat aan de weerstand geleverd wordt en P_{gem} het gemiddelde vermogen.



Het gemiddelde vermogen is kleiner dan het maximale vermogen. Dit kan worden weergegeven als:

$$P_{\text{gem}} = \frac{P_{\max}}{a}.$$

Hierin is a een getal dat groter is dan 1.

a.

Hoe groot is de waarde van a ? Als je het antwoord hierop niet weet, kun je uitgaan van $a = 6$ bij het beantwoorden van de volgende vraag.

De effectieve spanning U_{eff} is kleiner dan de maximale spanning U_{\max} . Dit kan worden weergegeven als:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{b}.$$

Hierin is b een getal dat groter is dan 1.

b.

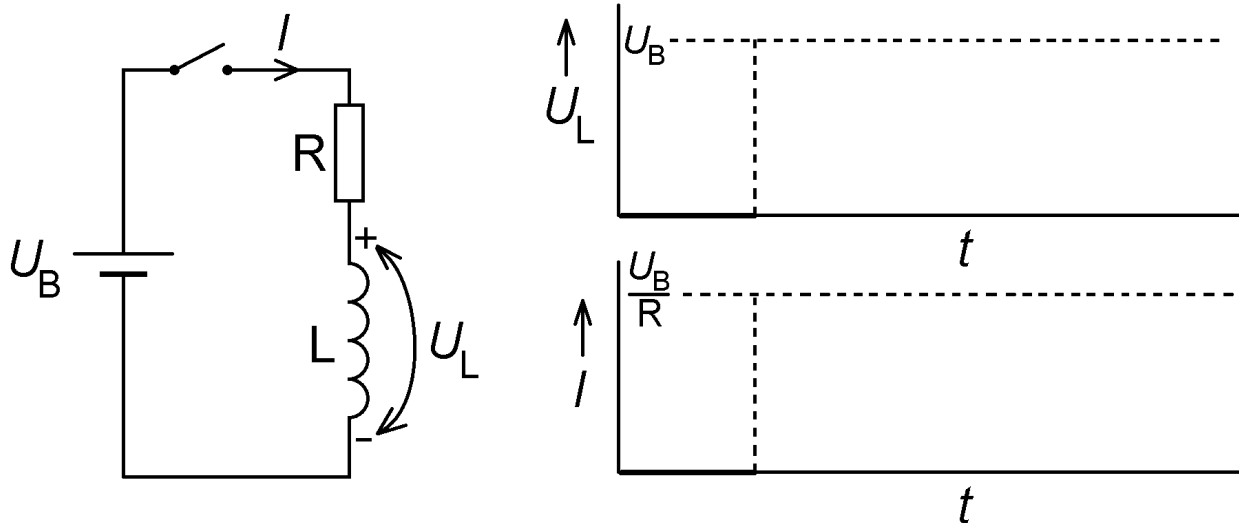
Hoe groot is de waarde van b ?

Opgave 2

In de onderstaande linker figuur zijn spoel L en weerstand R op een spanningsbron met gelijkspanning U_B aangesloten. Zolang de schakelaar open is, zijn de spanning U_L over de spoel en de stroom I door de spoel nul.

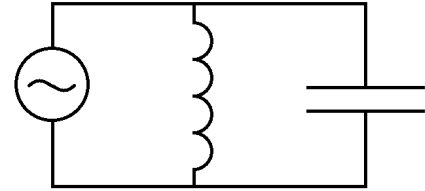
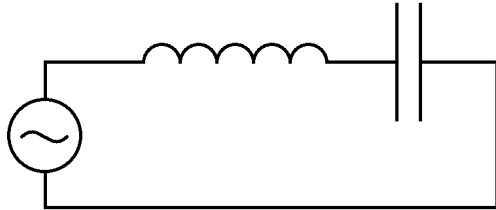
In de twee diagrammen rechts van de schakeling staan de spanning over de spoel en de stroom door de spoel uitgezet tegen de tijd t . De dikke lijnen op de horizontale assen geven aan dat deze spanning en stroom in het begin nul zijn.

Op een bepaald moment wordt de schakelaar gesloten. In de diagrammen is dit tijdstip met een verticale stippellijn aangegeven. Teken in de diagrammen globaal het verdere verloop van de spanning over en de stroom door de spoel.



Opgave 3

Hieronder staan twee schakelingen. In de linker schakeling staan de spoel en condensator in serie met elkaar en in de rechter schakeling parallel aan elkaar. De bron levert een spanning die harmonisch met de tijd verandert. De frequentie van de wisselspanning kan met een regelknop gevarieerd worden.



In de volgende vragen hebben de cijfers 1, 2, 3 en 4 de volgende betekenis.

- 1 = spoel;
- 2 = condensator;
- 3 = kortsluiting;
- 4 = isolator.

Geef bij elk van de volgende zinnen aan of je 1 of 2 kiest en 3 of 4.

a.

In de linker schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer klein bij heel LAGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

b.

In de linker schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer klein bij heel HOGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

c.

In de rechter schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer groot bij heel LAGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

d.

In de rechter schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer groot bij heel HOGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

In de linker schakeling is de bron als het ware kortgesloten bij een frequentie van

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Hierbij is L de zelfinductie van de spoel en C de capaciteit van de condensator.

e.

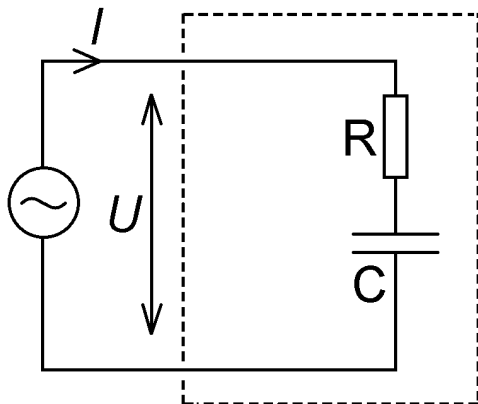
Toon deze formule aan.

Opgave 4

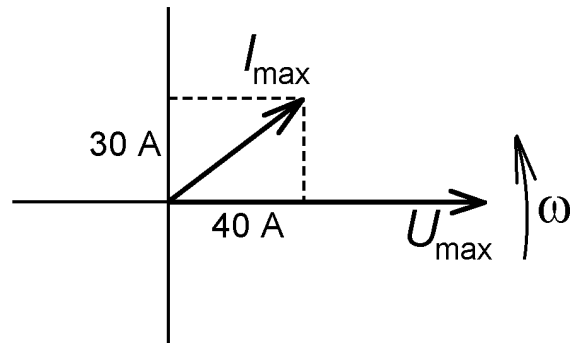
In de onderstaande figuur 1 stelt de stippellijn een fabriek voor die is aangesloten op de (sinusvormige) wisselspanning van het elektriciteitsbedrijf. De door dit bedrijf geleverde spanning is met U aangegeven en de geleverde stroom met I . De spanning heeft een amplitude U_{\max} van 325 V en blijft gedurende deze gehele opgave onveranderd. De frequentie bedraagt 50 Hz. Van buitenaf gezien gedraagt de fabriek zich als een serieschakeling van een weerstand R en een condensator C . Deze serieschakeling is binnen de stippellijnen getekend.

In figuur 2 zijn de signaalvectoren van de geleverde spanning en stroom getekend. Beiden draaien rond met hoekfrequentie ω . Duidelijk blijkt dat de spanning in fase achterloopt op de stroom. De signaalvector van de stroom heeft twee componenten namelijk 1) de component evenwijdig aan de signaalvector van de spanning en 2) de component loodrecht op de signaalvector van de spanning. De eerste component bedraagt 40 A en de tweede component 30 A.

Figuur 1



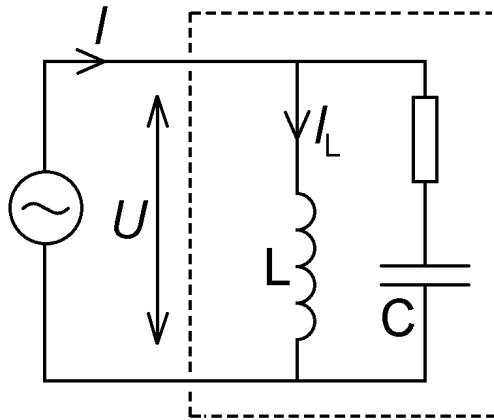
Figuur 2



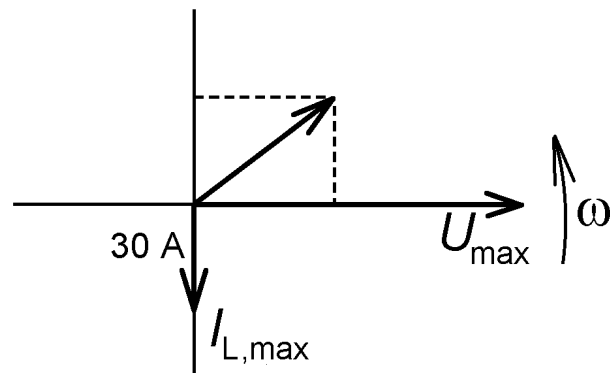
- Bereken de amplitude van de stroom I .
- Bereken de faseverschuiving van de spanning ten opzichte van de stroom.
- Construeer in figuur 2 de signaalvector van de spanning over weerstand R en de signaalvector van de spanning over de condensator C . Laat je werkwijze duidelijk zien. Er hoeft niets berekend te worden.

Het feit dat de stroom I niet in fase loopt met de spanning U heeft grote nadelen. Bijvoorbeeld is het warmteverlies in de stroomdraden tussen de elektriciteitscentrale en de fabriek hoger dan eigenlijk nodig is. Daarom wordt er in de fabriek een spoel L tussen de aansluitdraden geplaatst. Zie figuur 3. De stroom door de spoel is met I_L aangegeven en zijn amplitude $I_{L,max}$ bedraagt 30 A. De bijbehorende signaalvector is in figuur 4 getekend. Deze figuur bevat ook de signaalvectoren uit figuur 2.

Figuur 3



Figuur 4



d. Teken in figuur 4 de signaalvector van de aan de fabriek geleverde stroom I .

e. Bereken de zelfinductie van spoel L .

f. Bereken het aan de fabriek geleverde netto vermogen in de situatie van figuur 3.

Opgave 5

Een condensator wordt op een harmonisch variërende spanning aangesloten. De maximale waarde hiervan is 5,0 V en de frequentie is 8,0 kHz. Bij die frequentie heeft de condensator een impedantie van 1,33 Ω .

a.

Bereken de capaciteit van de condensator.

b.

Bereken de effectieve spanning over de condensator.

In serie met de condensator wordt een weerstand van 1,2 Ω en een spoel van 20 μH gezet. De serieschakeling wordt weer op de spanningsbron van hierboven aangesloten.

c.

Bereken de maximale waarde van de stroom door de seriekring.

Opgave 6

Een (ohmse) weerstand van 350Ω staat in serie met een spoel en een condensator. Deze serieschakeling wordt op een bron aangesloten die een sinusvormige wisselspanning voortbrengt waarvan de effectieve waarde 20 V is. De waarde van de frequentie ligt vast maar is in deze opgave niet gegeven. Bij deze frequentie heeft de spoel een impedantie van 400Ω en de condensator een impedantie van 200Ω .

a.

Bereken het gemiddelde vermogen dat de bron aan de serieschakeling levert.

b.

Bereken de faseverschuiving van de spanning ten opzichte van de stroom als de frequentie wordt verdubbeld.

De volgende opgaven hebben betrekking op de paragrafen 7 tot en met 9.
Hierbij wordt wel gebruik gemaakt van complexe getallen of complexe impedanties.

Opgave 7

Werk het product $(2 + 4 \cdot i) \cdot (1 + 3 \cdot i)$ zodanig uit dat je de vorm $a + b \cdot i$ krijgt.

Bereken de modulus en het argument van $3 + 2 \cdot i$.

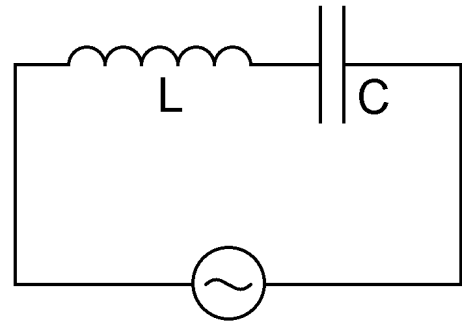
Complex getal z_1 heeft modulus 10 en argument 60° .

Complex getal z_2 heeft modulus 2 en argument 20° .

Bereken de modulus en het argument van de breuk z_1 / z_2 . Schrijf deze breuk vervolgens in de vorm $a + b \cdot i$ waarbij a en b reële getallen zijn.

Opgave 8

In de figuur hiernaast zijn spoel L en condensator C in serie op een wisselspanningsbron aangesloten.



Er volgen nu twee beweringen.

1)

De stroom door de spoel is in tegenfase met de stroom door de condensator.

2)

De spanning over de spoel is in tegenfase met de spanning over de condensator.

a.

Welke van de twee beweringen is of zijn juist? Geef je keuze hieronder aan.

Alleen 1) Alleen 2) Zowel 1) als 2) Geen van de beweringen.

b.

Stel een uitdrukking op voor de vervangingsimpedantie van de serieschakeling van de spoel en de condensator. Werk hierbij met *complexe* impedanties.

Bij een bepaalde frequentie is de vervangingsimpedantie van de serieschakeling van spoel en condensator nul. Jan beweert dat er dan geen stroom door de stroomkring kan lopen. Piet beweert dat de bron dan als het ware is kortgesloten.

c.

Wie heeft gelijk: Jan of Piet?

De frequentie waarbij de vervangingsimpedantie van de serieschakeling nul is, hangt af van L (= zelfinductie) en van C (= capaciteit).

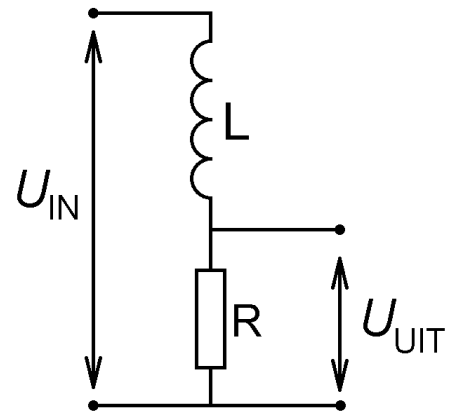
d.

Leid de formule af waarin deze frequentie wordt uitgedrukt in L en in C. Ga daarbij uit van je antwoord op vraag b.

Opgave 9

De figuur hiernaast toont een filter.

- a.
Leg uit of dit een laag- of een hoogdoorlaatfilter is.



- b.
Geef een uitdrukking voor de overdracht van het filter.

- c.
Hoe kunnen we deze formule bij lage frequenties in goede benadering vereenvoudigen?

- d.
Hoe kunnen we deze formule bij hoge frequenties in goede benadering vereenvoudigen?

- e.
Vul in:
Bij hoge frequenties loopt de uitgangsspanning _____ (getal invullen) graden _____ ('voor' of 'achter' invullen) op de ingangsspanning.

Antwoorden op de opgaven (Versie A)

Opgave 1

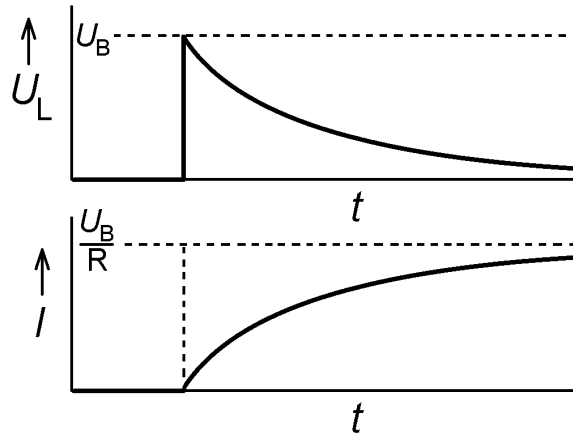
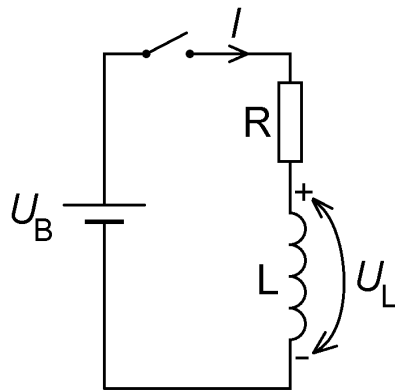
a.

$$a = 2.$$

b.

$$b = \sqrt{2} = 1,4.$$

Opgave 2



Opgave 3

a. 2 4

b. 1 4

c. 1 3

d. 2 3

e.

$$Z_L = Z_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Opgave 4

a.

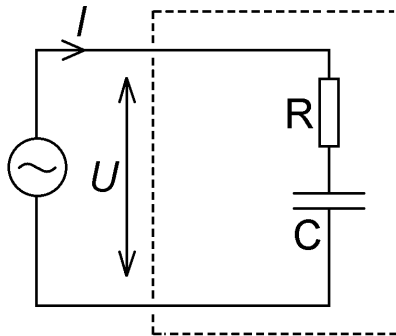
$$\sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ A}$$

b.

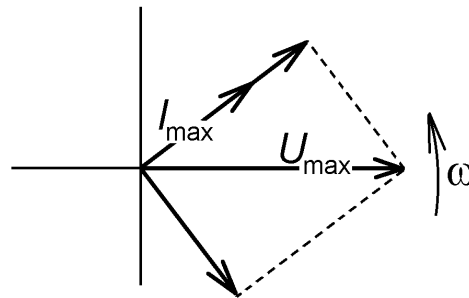
$$\tan(\varphi) = -\frac{30 \text{ A}}{40 \text{ A}} \rightarrow \varphi = -37^\circ$$

c.

Figuur 1

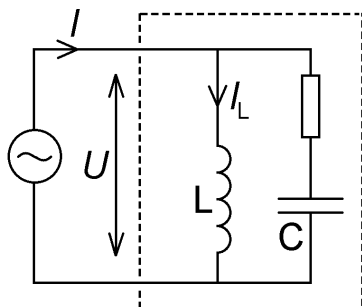


Figuur 2

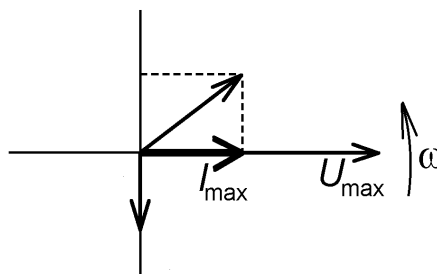


d.

Figuur 3



Figuur 4



e.

$$Z_L = \frac{U_{L,\max}}{I_{L,\max}} = \frac{325 \text{ V}}{30 \text{ A}} = 10,8 \Omega$$

$$Z_L = \omega L \rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{10,8}{2\pi \cdot 50} = 0,034 \text{ H}$$

f.

$$P_{\max} = U_{\max} I_{\max} = 325 \cdot 40 = 13 \text{ kW}$$

$$P_{\text{gem}} = \frac{P_{\max}}{2} = 6,5 \text{ kW}$$

Opgave 5

a.

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} \text{ dus } C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot Z_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 8,0 \cdot 10^3 \cdot 1,33} = 15,0 \mu\text{F}$$

b.

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = \frac{5,0 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 3,54 \text{ V}$$

c.

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 8,0 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 1,0 \Omega$$

$$Z_{\text{ser}}^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 1,2^2 + (1,0 - 1,33)^2 = 1,549$$

$$Z_{\text{ser}} = 1,24 \Omega$$

$$I_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{Z_{\text{ser}}} = \frac{5,0 \text{ V}}{1,24 \Omega} = 4,0 \text{ A}$$

Opgave 6

a.

Voor de impedantie van de serieschakeling geldt:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{350^2 + (400 - 200)^2} = 403 \Omega$$

Voor de effectieve stroom geldt:

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{20}{403} = 0,0496 \text{ A}$$

Voor het faseverschil tussen spanning en stroom geldt:

$$\tan(\varphi) = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{400 - 200}{350} \rightarrow \varphi = 29,7^\circ.$$

Voor het gemiddelde vermogen geldt:

$$P_{\text{gem}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi) = 20 \cdot 0,0496 \cdot \cos(29,7^\circ) = 0,86 \text{ W}$$

b.

Bij een verdubbeling van de frequentie zal de impedantie van de spoel verdubbelen en die van de condensator halveren. We krijgen dan:

$$\tan(\varphi) = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{800 - 100}{350} \rightarrow \varphi = 63,4^\circ$$

Opgave 7

$$(2 + 4 \cdot i)(1 + 3 \cdot i) = 2 - 12 + 6 \cdot i + 4 \cdot i = -10 + 10 \cdot i$$

$$|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6$$

$$\varphi = \arctan(2/3) = 33,7^\circ$$

$$|z_1 / z_2| = 10 / 2 = 5$$

$$\arg(z_1 / z_2) = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

$$a = 5 \cdot \cos(40^\circ) = 3,8$$

$$b = 5 \cdot \sin(40^\circ) = 3,2$$

$$\text{Dus } z_1 / z_2 = 3,8 + 3,2 \cdot i$$

Opgave 8

a.

Alleen 2)

b.

$$Z_{\text{serie}} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

c.

Piet (de deelspanningen heffen elkaar op en is de totale spanning dus nul).

d.

$$0 = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$j\omega L = \frac{-1}{j\omega C}$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Opgave 9

a.

Laagdoorlaatfilter

Bij lage frequenties is de spoel een kortsluiting.

b.

$$H = \frac{R}{R + j\omega L}$$

c.

$$H = 1$$

d.

$$H = \frac{R}{j\omega L} \text{ met als limiet } H = 0.$$

e.

90° achter