

# Formuleblad relativiteit (deel 2)

$$p = \frac{mv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$E = \frac{m \cdot c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = m \cdot c^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{3}{8} \cdot m \cdot \frac{v^4}{c^2} + \frac{15}{48} \cdot m \cdot \frac{v^6}{c^4} + \dots$$

$$E^2 - p^2 c^2 = m^2 c^4$$

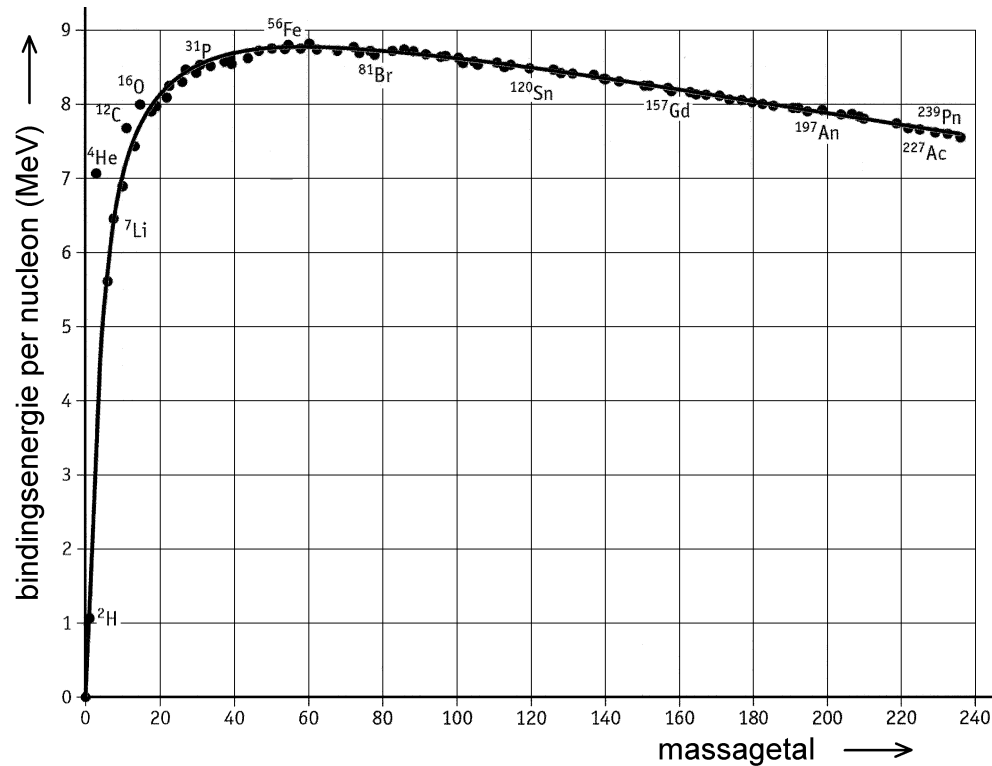
Foton:  $E = pc$

$c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

$1 \text{ u} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

$1 \text{ eV} = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$1 \text{ u} \equiv 931,49 \text{ MeV}$

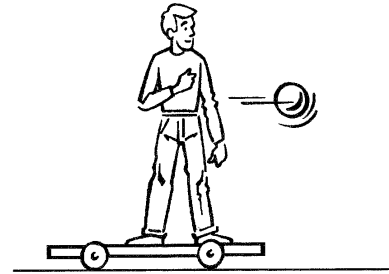


Naam: \_\_\_\_\_ Klas: \_\_\_\_\_

## Repetitie Relativiteit deel 2 (versie A)

### Opgave 1

In de figuur hiernaast staat een man met een massa van 60 kg op een licht lopend karretje met een massa van 15 kg. Hij heeft een kegelbal met een massa van 5,0 kg bij zich. Bereken de snelheid van de man plus karretje krijgt als hij de bal vanuit stilstand weggooit met een horizontaal gerichte snelheid van 3,0 m/s. Beide snelheden zijn gerekend ten opzichte van de grond.

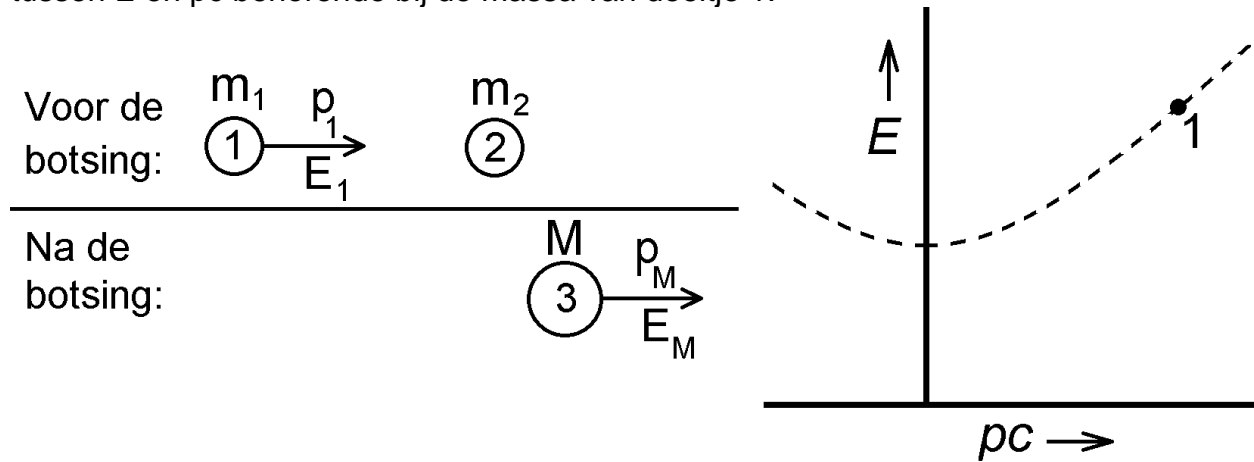


### Opgave 2

Een neutron (massa 1,0 u) botst tegen een stilstaande heliumkern (massa 4,0 u) op. De botsing is centraal en veerkrachtig. Voor de botsing is de snelheid van het neutron 10,0 km/s. Bereken de snelheid van het neutron na de botsing. Er hoeft uiteraard geen rekening met relativistische effecten gehouden te worden.

Opgave 3

In de onderstaande figuur botst deeltje 1 op deeltje 2 dat stilstaat. Na de botsing gaan de deeltjes als één geheel, deeltje 3, verder. Rechts is in het minkowskidiagram deeltje 1 als een stip weergegeven. De stippellijn (orthogonale hyperbool) geeft het verband tussen E en pc behorende bij de massa van deeltje 1.



a.

Stel dat de massa van deeltje 2 precies de helft is van de massa van deeltje 1 (deze aanname wordt niet bij vraag b en verder gedaan). Teken dan deeltje 2 en deeltje 3 als stippen in het minkowskidiagram. Zet de cijfers 2 en 3 bij de stippen.

Deeltje 1 heeft massa  $m_1$ , snelheid  $v_1$ , impuls  $p_1$  en totale energie  $E_1$ . Deeltje 2 heeft massa  $m_2$ . Deeltje 3 heeft massa  $M$ , impuls  $p_M$  en totale energie  $E_M$ .

Voor de massa  $M$  van het uiteindelijke deeltje geldt:

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + \frac{2m_1m_2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$$

In deze opgave gaan we de bovenstaande formule afleiden.

b.

Bewijs dat uit de wet van behoud van energie volgt:

$$E_1^2 + m_2^2c^4 + 2E_1m_2c^2 = E_M^2$$

Schrijf elk stapje van je bewijs op en werk hierbij van boven naar beneden.

..... = .....

..... = .....

..... = .....

..... = .....

..... = .....

c.

Bewijs dat uit de vergelijking van vraag b samen met de wet van behoud van impuls volgt dat:

$$m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2 = M^2 c^4.$$

Schrijf elk stapje van je bewijs op en werk hierbij van boven naar beneden.

..... = .....

..... = .....

..... = .....

..... = .....

..... = .....

d.

Bewijs dat uit de vergelijking van vraag c de formule voor  $M^2$  (zie het begin van deze opgave) volgt. Schrijf elk stapje van je bewijs op en werk hierbij van boven naar beneden.

..... = .....

..... = .....

..... = .....

..... = .....

..... = .....

e.

Toon aan dat de formule voor  $M^2$  (zie het begin van deze opgave) voor kleine snelheden overgaat in:

$$M = m_1 + m_2.$$

..... = .....

..... = .....

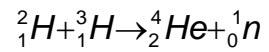
..... = .....

..... = .....

..... = .....

#### Opgave 4

Een veelbelovende kernfusiereactie bij het opwekken van energie is de volgende.



Hierbij geldt:

$m(\text{H-2-kern}) = 2,013553 \text{ u}$  en  $m(\text{H-3-kern}) = 3,015500 \text{ u}$  en

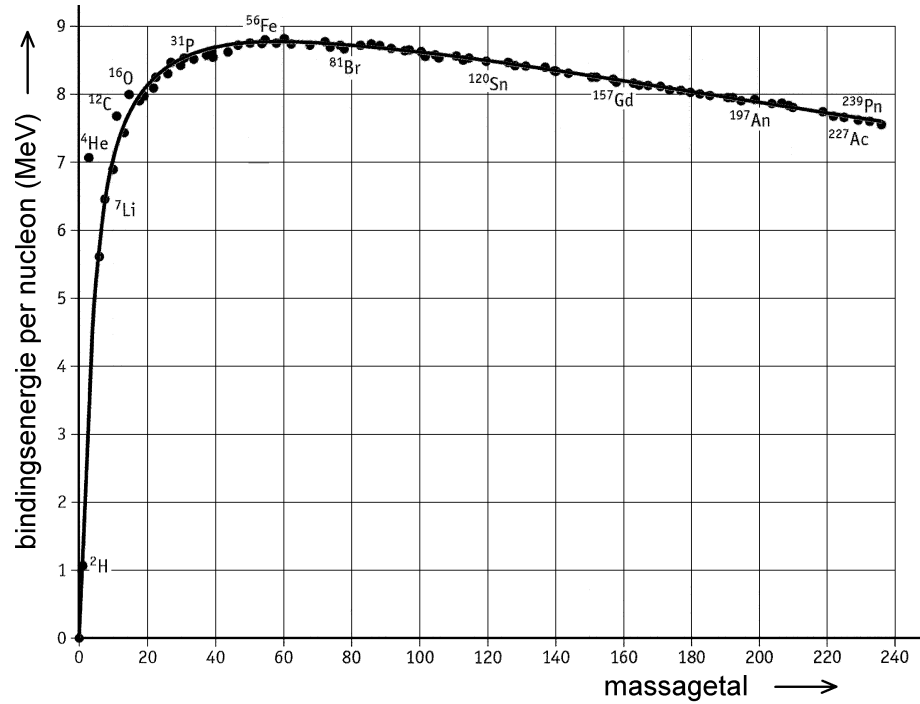
$m(\text{He-4-kern}) = 4,001506 \text{ u}$  en  $m(\text{neutron}) = 1,008665 \text{ u}$ .

Bereken hoeveel MeV bij deze reactie vrijkomt.

### Opgave 5

Stel je de volgende niet reële situatie voor. Iemand laat in een eigen kernfusiereactor 2,0 kg helium-4 fuseren tot zuurstof-16.

Bereken dan hoeveel joule hierbij vrijkomt. Maak daarbij gebruik van het diagram hiernaast.



# Uitwerkingen

## Opgave 1

Na de worp geldt voor de impuls van de bal:

$$p_{BAL} = m \cdot v = 5,0 \cdot 3,0 = 15 \text{ kgm/s}$$

Na de worp geldt voor de impuls van man plus kar:

$$p_{MAN+kar} = m_{MAN+KAR} \cdot v = (60 + 15) \cdot v_{MAN+KAR}$$

De totale impuls is nul. Voor de snelheid van de man plus kar geldt dan:

$$v_{MAN+KAR} = \frac{15}{60 + 15} = 0,20 \text{ m/s (het minteken is weggelaten)}$$

## Opgave 2

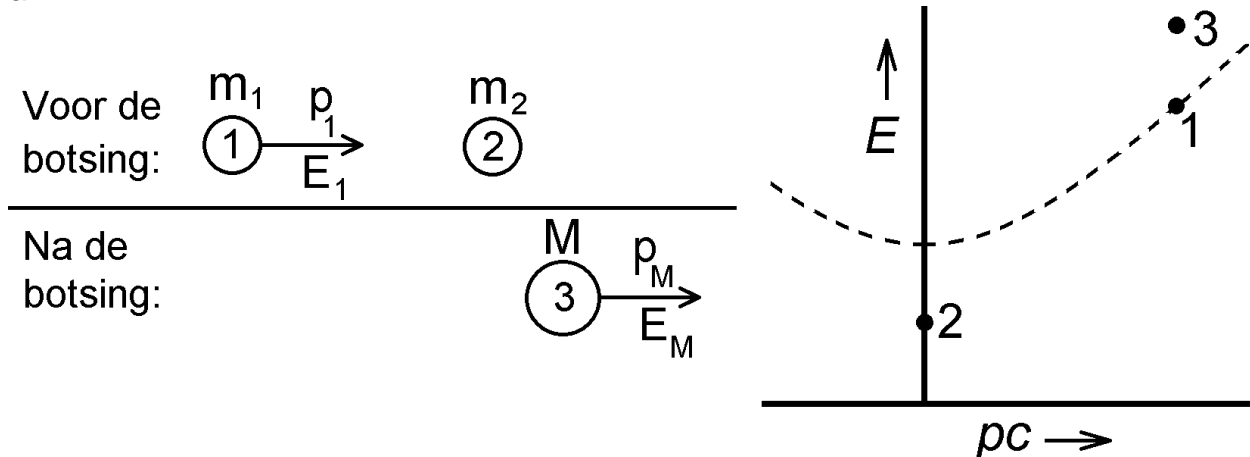
Stel dat de botsing onelastisch zou zijn. De gezamenlijke eindsnelheid zou dan zijn:

$$v_{ONELASTISCH} = \frac{P_{VOOR}}{m_{TOTAAL}} = \frac{10,0 \cdot 10^3 \text{ u} \cdot \text{m/s}}{5,0 \text{ u}} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Tijdens de eerste fase van de botsing gaat de neutronsnelheid dus van 10,0 km/s naar 2,0 km/s. Dit is een daling van 8,0 km/s. Tijdens de tweede fase van de botsing daalt de snelheid dus weer met 8,0 km/s. De eindsnelheid wordt dan  $2,0 - 8,0 = -6,0 \text{ km/s}$ .

## Opgave 3

a.



b.

Volgens de wet van behoud van energie geldt:

$$E_1 + m_2 c^2 = E_M$$

Als we het linker en rechter lid kwadrateren, krijgen we:

$$E_1^2 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2 = E_M^2$$



c.

Omdat  $E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$  wordt de vergelijking van vraag b:

$$p_1^2 c^2 + m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2 = p_M^2 c^2 + M^2 c^4$$

Volgens de wet van behoud van impuls geldt:

$$p_1 = p_M$$

Daarmee kunnen we de vergelijking vereenvoudigen tot:

$$m_1^2 c^4 + m_2^2 c^4 + 2E_1 m_2 c^2 = M^2 c^4$$

d.

Alle termen delen door  $c^4$  geeft:

$$m_1^2 + m_2^2 + \frac{2E_1 m_2}{c^2} = M^2$$

Er geldt:

$$E_1 = \frac{m_1 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$$

Hiermee krijgen we:

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + \frac{2m_1 m_2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$$

e.

Als  $v_1$  erg klein is, kunnen we de wortel weglaten en krijgen we:

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_1 m_2$$

Hieruit volgt:

$$M^2 = (m_1 + m_2)^2$$

Hieruit volgt:

$$M = m_1 + m_2$$

#### Opgave 4

$$\Delta m = m(\text{H-2-kern}) + m(\text{H-3-kern}) - m(\text{He-4-kern}) - m(\text{neutron})$$

$$\Delta m = 2,013553 + 3,015500 - 4,001506 - 1,008665 = 0,01888 \text{ u}$$

$$E = 0,01888 \text{ u} \times 931,49 \text{ MeV/u} = 17,6 \text{ MeV}$$

#### Opgave 5

Per nucleon komt vrij:  $8,0 - 7,1 = 0,9 \text{ MeV}$ .

$$n(\text{nucl}) = \frac{2,0 \text{ kg}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 1,2 \cdot 10^{27}$$

$$E = 1,2 \cdot 10^{27} \cdot 0,9 \text{ MeV} \cdot 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV} = 1,7 \cdot 10^{14} \text{ J}$$