

# Formuleblad Wisselstromen t/m par. 6

Effectieve spanning en effectieve stroom

$$\text{Als } P_{gem} = \frac{1}{a} P_{max} \text{ dan } U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{a}} U_{max} \text{ en } I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{a}} I_{max}.$$

Spoel

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

Condensator

$$I = C \cdot \frac{dU}{dt}$$

Impedantie

$$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}}$$

Serieschakeling van weerstand R met spoel L en condensator C:

(voor een spoel geldt:  $Z_L = \omega L$ )

(voor een condensator geldt:  $Z_C = \frac{1}{\omega C}$ )

$$Z_{ser}^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2$$

$$\tan(\varphi) = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

Parallelschakeling van weerstand R met spoel L en condensator C:

(voor een spoel geldt:  $Z_L = \omega L$ )

(voor een condensator geldt:  $Z_C = \frac{1}{\omega C}$ )

$$\frac{1}{Z_{par}^2} = \frac{1}{R^2} + \left( \frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C} \right)^2$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\frac{1}{Z_L} - \frac{1}{Z_C}}{\frac{1}{R}}$$

Vermogen

$$P_{gem} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

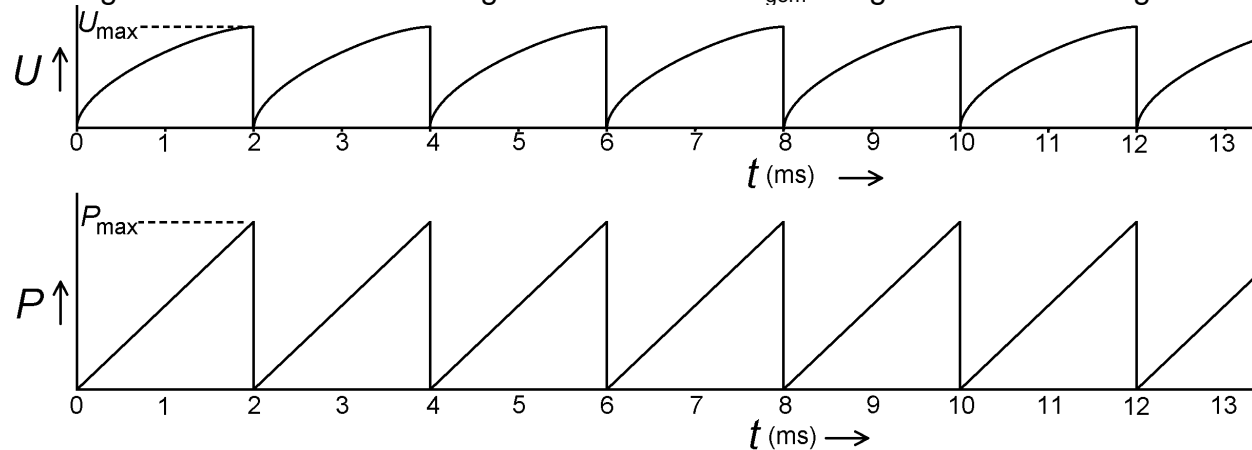
Naam: \_\_\_\_\_ Klas: \_\_\_\_\_

## Toets Wisselstromen t/m paragraaf 6 (versie A)

Bij deze toets hoort een formuleblad.

### Opgave 1

Een weerstand  $R$  wordt aangesloten op een periodieke spanning. In de onderstaande figuur is deze spanning als functie van de tijd weergegeven. Het spanningsverloop is zodanig, dat het vermogen dat aan de weerstand geleverd wordt, binnen een periode een lineair tijdsverloop heeft. In deze opgave is  $P_{\max}$  het maximale (momentane) vermogen dat aan de weerstand geleverd wordt en  $P_{\text{gem}}$  het gemiddelde vermogen.



Het gemiddelde vermogen is kleiner dan het maximale vermogen. Dit kan worden weergegeven als:

$$P_{\text{gem}} = \frac{P_{\max}}{a}.$$

Hierin is  $a$  een getal dat groter is dan 1.

a.

Hoe groot is de waarde van  $a$ ? Als je het antwoord hierop niet weet, kun je uitgaan van  $a = 6$  bij het beantwoorden van de volgende vraag.

De effectieve spanning  $U_{\text{eff}}$  is kleiner dan de maximale spanning  $U_{\max}$ . Dit kan worden weergegeven als:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{b}.$$

Hierin is  $b$  een getal dat groter is dan 1.

b.

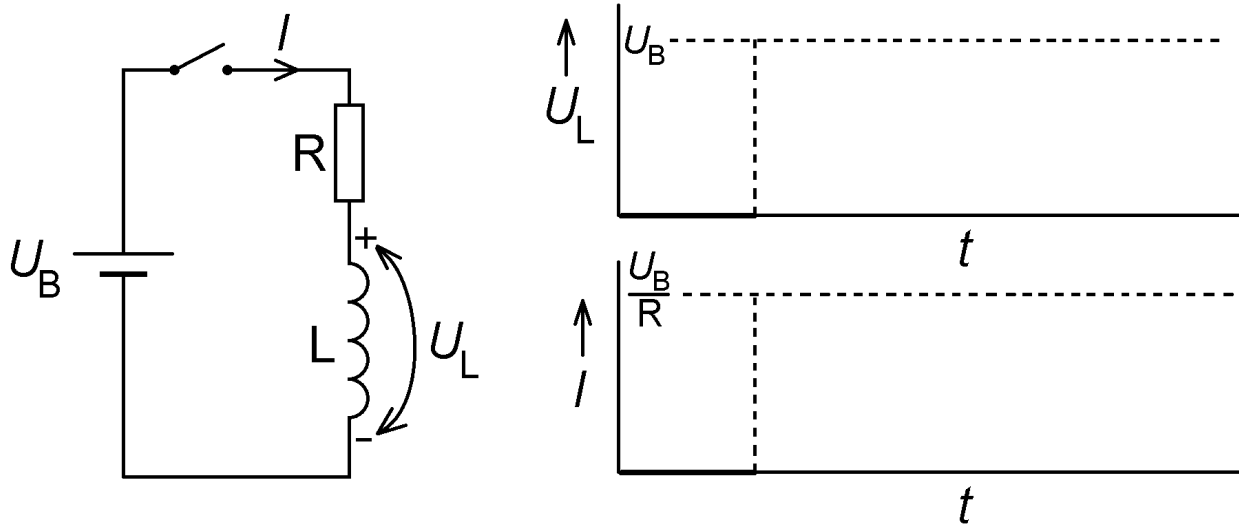
Hoe groot is de waarde van  $b$ ?

### Opgave 2

In de onderstaande linker figuur zijn spoel  $L$  en weerstand  $R$  op een spanningsbron met gelijkspanning  $U_B$  aangesloten. Zolang de schakelaar open is, zijn de spanning  $U_L$  over de spoel en de stroom  $I$  door de spoel nul.

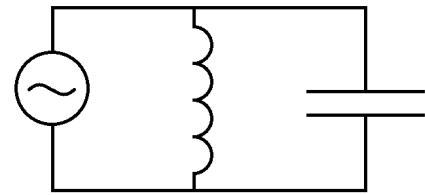
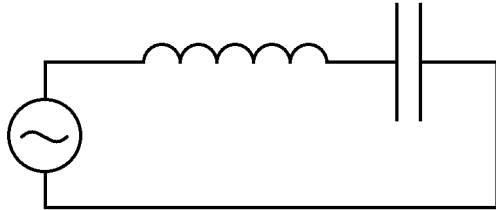
In de twee diagrammen rechts van de schakeling staan de spanning over de spoel en de stroom door de spoel uitgezet tegen de tijd  $t$ . De dikke lijnen op de horizontale assen geven aan dat deze spanning en stroom in het begin nul zijn.

Op een bepaald moment wordt de schakelaar gesloten. In de diagrammen is dit tijdstip met een verticale stippellijn aangegeven. Teken in de diagrammen globaal het verdere verloop van de spanning over en de stroom door de spoel.



### Opgave 3

Hieronder staan twee schakelingen. In de linker schakeling staan de spoel en condensator in serie met elkaar en in de rechter schakeling parallel aan elkaar. De bron levert een spanning die harmonisch met de tijd verandert. De frequentie van de wisselspanning kan met een regelknop gevarieerd worden.



In de volgende vragen is de betekenis van 1 een spoel en van 2 een condensator. Verder is de betekenis van 3 een kortsluiting en van 4 een isolator. Geef bij elke vraag aan of je 1 of 2 kiest en 3 of 4.

a.

In de linker schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer klein bij heel LAGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

b.

In de linker schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer klein bij heel HOGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

c.

In de rechter schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer groot bij heel LAGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

d.

In de rechter schakeling is de door de bron geleverde stroom zeer groot bij heel HOGE frequenties. Dit komt omdat (1 of 2?) dan opgevat kan worden als (3 of 4?).

In de linker schakeling is de bron als het ware kortgesloten bij een frequentie van

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}.$$

Hierbij is L de zelfinductie van de spoel en C de capaciteit van de condensator.

e.

Toon deze formule aan.

#### Opgave 4

Een condensator wordt op een harmonisch variërende spanning aangesloten. De maximale waarde hiervan is 5,0 V en de frequentie is 8,0 kHz. Bij die frequentie heeft de condensator een impedantie van 1,33  $\Omega$ .

a.

Bereken de capaciteit van de condensator.

b.

Bereken de effectieve spanning over de condensator.

In serie met de condensator wordt een weerstand van 1,2  $\Omega$  en een spoel van 20  $\mu\text{H}$  gezet. De serieschakeling wordt weer op de spanningsbron van hierboven aangesloten.

c.

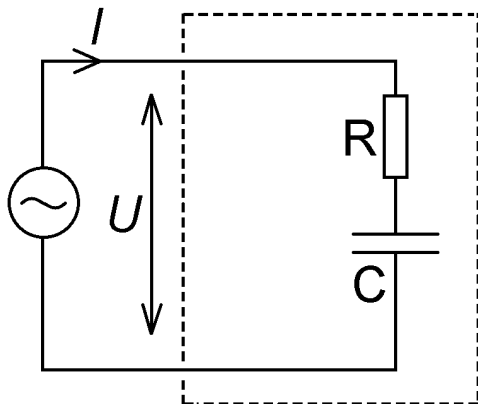
Bereken de maximale waarde van de stroom door de seriekring.

### Opgave 5

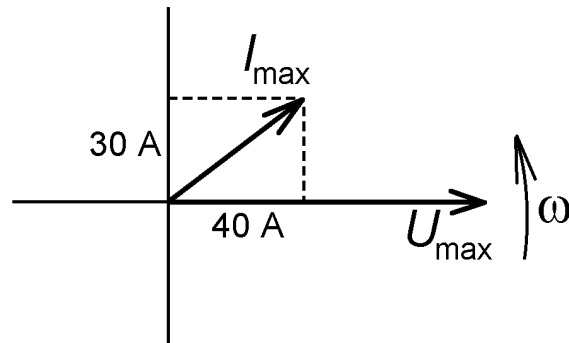
In de onderstaande figuur 1 stelt de stippellijn een fabriek voor die is aangesloten op de (sinusvormige) wisselspanning van het elektriciteitsbedrijf. De door dit bedrijf geleverde spanning is met  $U$  aangegeven en de geleverde stroom met  $I$ . De spanning heeft een amplitude  $U_{\max}$  van 325 V en blijft gedurende deze gehele opgave onveranderd. De frequentie bedraagt 50 Hz. Van buitenaf gezien gedraagt de fabriek zich als een serieschakeling van een weerstand  $R$  en een condensator  $C$ . Deze serieschakeling is binnen de stippellijnen getekend.

In figuur 2 zijn de signaalvectoren van de geleverde spanning en stroom getekend. Beiden draaien rond met hoekfrequentie  $\omega$ . Duidelijk blijkt dat de spanning in fase achterloopt op de stroom. De signaalvector van de stroom heeft twee componenten namelijk 1) de component evenwijdig aan de signaalvector van de spanning en 2) de component loodrecht op de signaalvector van de spanning. De eerste component bedraagt 40 A en de tweede component 30 A.

Figuur 1



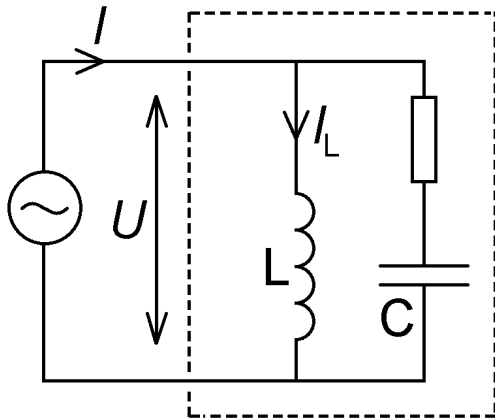
Figuur 2



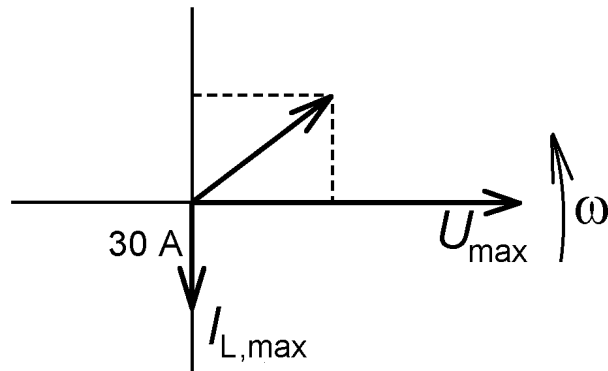
- Bereken de amplitude van de stroom  $I$ .
- Bereken de faseverschuiving van de spanning ten opzichte van de stroom.
- Construeer in figuur 2 de signaalvector van de spanning over weerstand  $R$  en de signaalvector van de spanning over de condensator  $C$ . Laat je werkwijze duidelijk zien. Er hoeft niets berekend te worden.

Het feit dat de stroom  $I$  niet in fase loopt met de spanning  $U$  heeft grote nadelen. Bijvoorbeeld is het warmteverlies in de stroomdraden tussen de elektriciteitscentrale en de fabriek hoger dan eigenlijk nodig is. Daarom wordt er in de fabriek een spoel  $L$  tussen de aansluitdraden geplaatst. Zie figuur 3. De stroom door de spoel is met  $I_L$  aangegeven en zijn amplitude  $I_{L,max}$  bedraagt 30 A. De bijbehorende signaalvector is in figuur 4 getekend. Deze figuur bevat ook de signaalvectoren uit figuur 2.

Figuur 3



Figuur 4



d. Teken in figuur 4 de signaalvector van de aan de fabriek geleverde stroom  $I$ .

e. Bereken de zelfinductie van spoel  $L$ .

f. Bereken het aan de fabriek geleverde netto vermogen in de situatie van figuur 3.

### Opgave 6

Een (ohmse) weerstand van  $350 \Omega$  staat in serie met een spoel en een condensator. Deze serieschakeling wordt op een bron aangesloten die een sinusvormige wisselspanning voortbrengt waarvan de effectieve waarde  $20 \text{ V}$  is. De waarde van de frequentie ligt vast maar is in deze opgave niet gegeven. Bij deze frequentie heeft de spoel een impedantie van  $400 \Omega$  en de condensator een impedantie van  $200 \Omega$ .

a.

Bereken het gemiddelde vermogen dat de bron aan de serieschakeling levert.

b.

Bereken de faseverschuiving van de spanning ten opzichte van de stroom als de frequentie wordt verdubbeld.



## Antwoorden op de opgaven (Versie A van toets t/m par. 6)

### Opgave 1

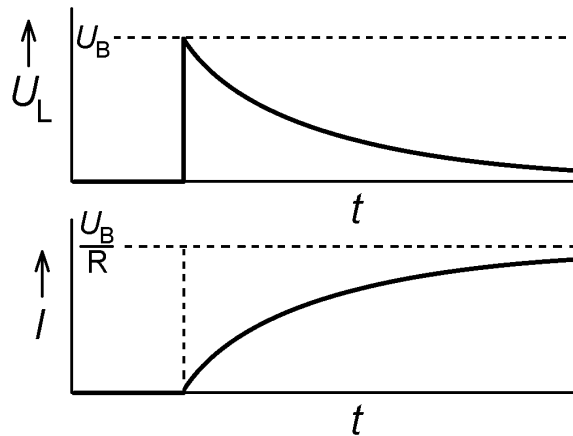
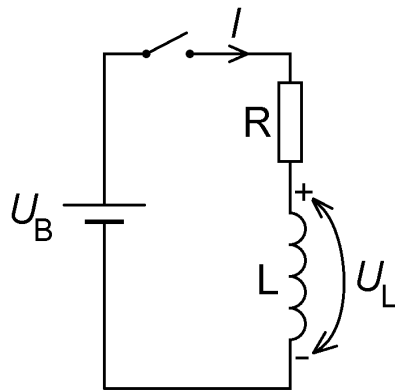
a.

$$a = 2.$$

b.

$$b = \sqrt{2} = 1,4.$$

### Opgave 2



### Opgave 3

a. 2 4

b. 1 4

c. 1 3

d. 2 3

e.

$$Z_L = Z_C$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

#### Opgave 4

a.

$$Z_C = \frac{1}{\omega C} \text{ dus } C = \frac{1}{\omega Z_C} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot Z_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 8,0 \cdot 10^3 \cdot 1,33} = 15,0 \mu\text{F}$$

b.

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}} = \frac{5,0 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 3,54 \text{ V}$$

c.

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot f \cdot L = 2\pi \cdot 8,0 \cdot 10^3 \cdot 20 \cdot 10^{-6} = 1,0 \Omega$$

$$Z_{\text{ser}}^2 = R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = 1,2^2 + (1,0 - 1,33)^2 = 1,549$$

$$Z_{\text{ser}} = 1,24 \Omega$$

$$I_{\text{max}} = \frac{U_{\text{max}}}{Z_{\text{ser}}} = \frac{5,0 \text{ V}}{1,24 \Omega} = 4,0 \text{ A}$$

#### Opgave 5

a.

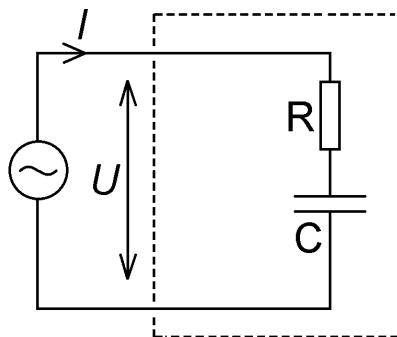
$$\sqrt{40^2 + 30^2} = 50 \text{ A}$$

b.

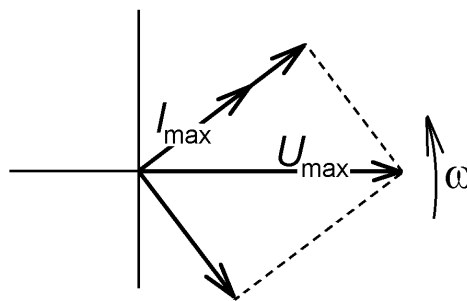
$$\tan(\varphi) = -\frac{30 \text{ A}}{40 \text{ A}} \rightarrow \varphi = -37^\circ$$

c.

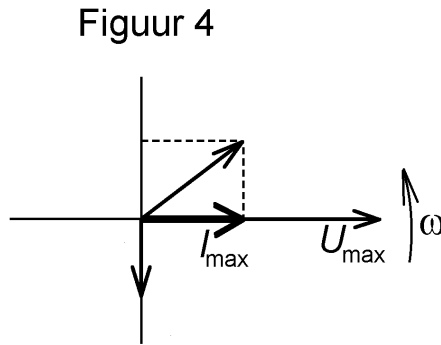
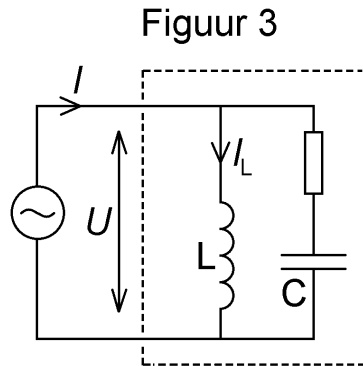
Figuur 1



Figuur 2



d.



e.

$$Z_L = \frac{U_{L,\max}}{I_{L,\max}} = \frac{325 \text{ V}}{30 \text{ A}} = 10,8 \Omega$$

$$Z_L = \omega L \rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{10,8}{2\pi \cdot 50} = 0,034 \text{ H}$$

f.

$$P_{\max} = U_{\max} I_{\max} = 325 \cdot 40 = 13 \text{ kW}$$

$$P_{\text{gem}} = \frac{P_{\max}}{2} = 6,5 \text{ kW}$$

### Opgave 6

a.

Voor de impedantie van de serieschakeling geldt:

$$Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{350^2 + (400 - 200)^2} = 403 \Omega$$

Voor de effectieve stroom geldt:

$$I_{\text{eff}} = \frac{U_{\text{eff}}}{Z} = \frac{20}{403} = 0,0496 \text{ A}$$

Voor het argument van de impedantie geldt:

$$\tan(\varphi) = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{400 - 200}{350} \rightarrow \varphi = 29,7^\circ$$

Voor het gemiddelde vermogen geldt:

$$P_{\text{gem}} = U_{\text{eff}} \cdot I_{\text{eff}} \cdot \cos(\varphi) = 20 \cdot 0,0496 \cdot \cos(29,7^\circ) = 0,86 \text{ W}$$

b.

Bij een verdubbeling van de frequentie zal de impedantie van de spoel verdubbelen en die van de condensator halveren. We krijgen dan:

$$\tan(\varphi) = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{800 - 100}{350} \rightarrow \varphi = 63,4^\circ$$

# Formuleblad Wisselstromen (geheel)

## Algemeen

In het geval dat er een zuivere weerstand op de bron is aangesloten:

$$\text{Als } P_{gem} = \frac{1}{a} P_{max} \text{ dan } U_{eff} = \frac{1}{\sqrt{a}} U_{max} \text{ en } I_{eff} = \frac{1}{\sqrt{a}} I_{max}.$$

$$P_{gem} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi)$$

$$Z = \frac{U}{I}$$

$$Z_V = Z_1 + Z_2 + Z_3 \quad (\text{serieschakeling})$$

$$\frac{1}{Z_V} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \text{ en } Z_V = \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{parallelschakeling})$$

## Spoel

$$U = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

$$Z = j\omega L$$

## Condensator

$$I = C \cdot \frac{dU}{dt}$$

$$Z = \frac{1}{j\omega C}$$

## Filters

$$H = \frac{U_{UIT}}{U_{IN}}$$

$$H = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad (\text{bij een spanningsdeler als filter})$$

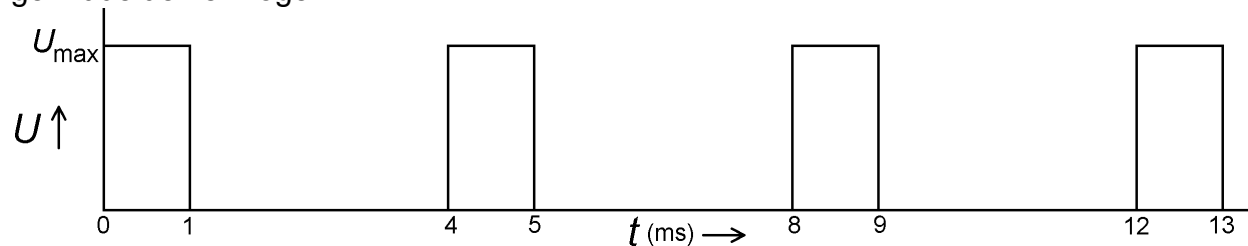
Naam: \_\_\_\_\_ Klas: \_\_\_\_\_

## Repetitie Wisselstromen (versie A)

Bij deze toets hoort een formuleblad.

### Opgave 1

Een weerstand  $R$  wordt aangesloten op een 'blokspanning'. In de onderstaande figuur is deze blokspanning als functie van de tijd weergegeven. In deze opgave is  $P_{\max}$  het maximale (momentane) vermogen dat aan de weerstand geleverd wordt en  $P_{\text{gem}}$  het gemiddelde vermogen.



Het gemiddelde vermogen is kleiner dan het maximale vermogen. Dit kan worden weergegeven als:

$$P_{\text{gem}} = \frac{P_{\max}}{a}.$$

Hierin is  $a$  een getal dat groter is dan 1.

a.

Hoe groot is de waarde van  $a$ ? Als je het antwoord hierop niet weet, kun je uitgaan van  $a = 6$  bij het beantwoorden van de volgende vraag.

De effectieve spanning  $U_{\text{eff}}$  is kleiner dan de maximale spanning  $U_{\max}$ . Dit kan worden weergegeven als:

$$U_{\text{eff}} = \frac{U_{\max}}{b}.$$

Hierin is  $b$  een getal dat groter is dan 1.

b.

Hoe groot is de waarde van  $b$ ?

### Opgave 2

Een spoel met een zelfinductie van 300 mH wordt op een harmonisch variërende spanning aangesloten. De maximale waarde hiervan is 4,0 V en de frequentie is 200 Hz.

a.

Bereken de maximale waarde van de stroom door de spoel.

b.

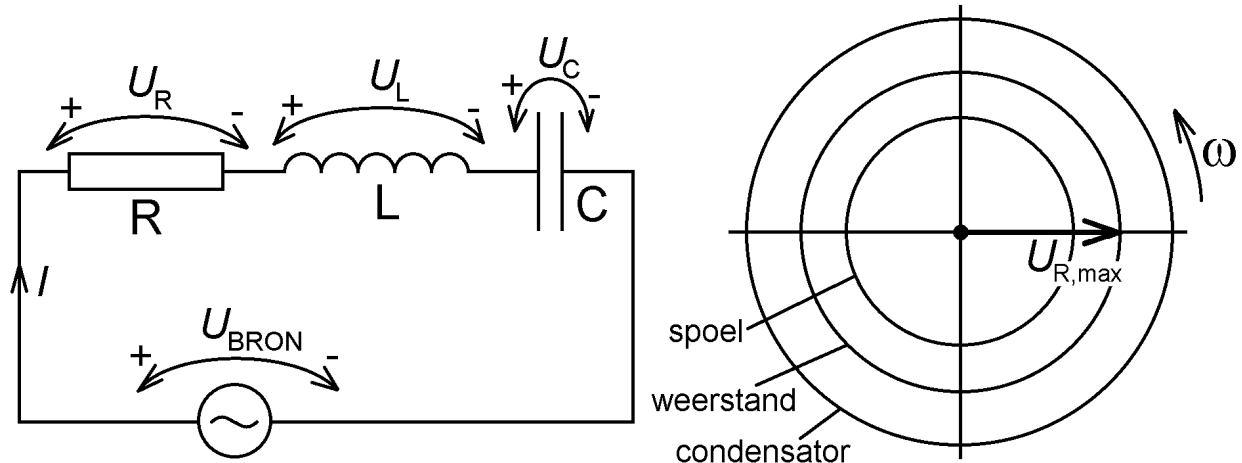
Bereken de effectieve spanning over de spoel.

c.

Hoe groot is het (gemiddelde) vermogen dat aan de spoel geleverd wordt?

### Opgave 3

In de onderstaande linker figuur zijn weerstand  $R$ , spoel  $L$  en condensator  $C$  op een sinusvormige wisselspanning aangesloten. In de rechter figuur is de signaalvector van de spanning over de weerstand getekend en aangegeven met  $U_{R,max}$ . De drie cirkels (in volgorde van toenemende straal) horen bij de spanning over de spoel, de weerstand en de condensator.



a. Teken in de rechter figuur de signaalvectoren van de spanning over de condensator en over de spoel.

b. Teken in de rechter figuur de signaalvector van de bronspanning. Doe dat bij voorkeur met een andere kleur en geef deze aan met  $U_{BRON,MAX}$ .

c. Leid het verband af tussen de volgende grootheden.

$U_{BRON,MAX}$  = amplitude van de bronspanning;

$I_{MAX}$  = amplitude van de stroom;

$R$  = weerstand;

$L$  = zelfinductie;

$C$  = capaciteit;

$\omega$  = hoekfrequentie.

In het af te leiden verband mogen geen andere grootheden voorkomen.

Ter geruststelling: het verband hoeft niet 'gefatsoeneerd' te worden. Bijvoorbeeld mogen kwadraten van grootheden in het verband blijven staan en gemeenschappelijke factoren hoeven niet buiten haakjes gehaald te worden.

#### Opgave 4

Werk het product  $(2 + 4 \cdot i) \cdot (1 + 3 \cdot i)$  zodanig uit dat je de vorm  $a + b \cdot i$  krijgt.

Bereken de modulus en het argument van  $3 + 2 \cdot i$ .

Complex getal  $z_1$  heeft modulus 10 en argument  $60^\circ$ .

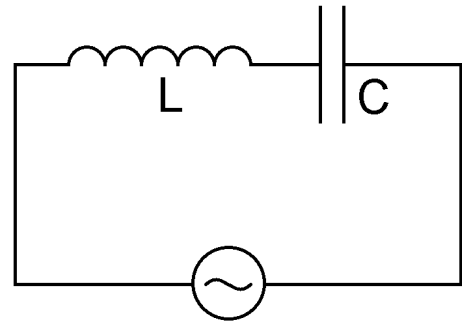
Complex getal  $z_2$  heeft modulus 2 en argument  $20^\circ$ .

Bereken de modulus en het argument van de breuk  $z_1 / z_2$ . Schrijf deze breuk vervolgens in de vorm  $a + b \cdot i$  waarbij  $a$  en  $b$  reële getallen zijn.



### Opgave 5

In de figuur hiernaast zijn spoel L en condensator C in serie op een wisselspanningsbron aangesloten.



Er volgen nu twee beweringen.

1)

De stroom door de spoel is in tegenfase met de stroom door de condensator.

2)

De spanning over de spoel is in tegenfase met de spanning over de condensator.

a.

Welke van de twee beweringen is of zijn juist? Geef je keuze hieronder aan.

Alleen 1)    Alleen 2)    Zowel 1) als 2)    Geen van de beweringen.

b.

Stel een uitdrukking op voor de vervangingsimpedantie van de serieschakeling van de spoel en de condensator. Werk hierbij met *complexe* impedanties.

Bij een bepaalde frequentie is de vervangingsimpedantie van de serieschakeling van spoel en condensator nul. Jan beweert dat er dan geen stroom door de stroomkring kan lopen. Piet beweert dat de bron dan als het ware is kortgesloten.

c.

Wie heeft gelijk: Jan of Piet?

De frequentie waarbij de vervangingsimpedantie van de serieschakeling nul is, hangt af van L (= zelfinductie) en van C (= capaciteit).

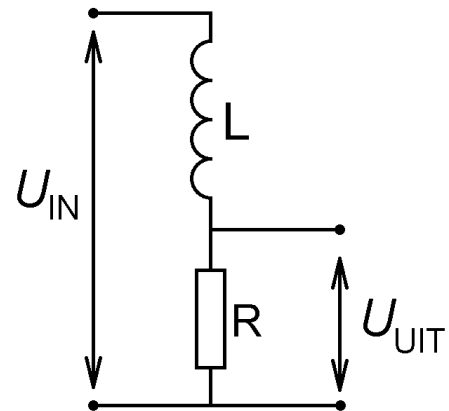
d.

Leid de formule af waarin deze frequentie wordt uitgedrukt in L en in C. Ga daarbij uit van je antwoord op vraag b.

### Opgave 6

De figuur hiernaast toont een filter.

- a.  
Leg uit of dit een laag- of een hoogdoorlaatfilter is.



- b.  
Geef een uitdrukking voor de overdracht van het filter.

- c.  
Hoe kunnen we deze formule bij lage frequenties in goede benadering vereenvoudigen?

- d.  
Hoe kunnen we deze formule bij hoge frequenties in goede benadering vereenvoudigen?

- e.  
Vul in:  
Bij hoge frequenties loopt de uitgangsspanning \_\_\_\_\_ (getal invullen) graden \_\_\_\_\_ ('voor' of 'achter' invullen) op de ingangsspanning.

### Opgave 7

Een serieschakeling van een spoel en een (ohmse) weerstand is aangesloten op een wisselspanningsbron. Deze levert een effectieve spanning van 4,0 V. De door de bron geleverde effectieve stroom bedraagt 0,42 A en loopt een veertiende periode achter op de bronspanning. Bereken het aan de schakeling geleverde netto vermogen.

## Antwoorden op de opgaven (Versie A)

### Opgave 1

a.

In een vierde deel van de tijd wordt er vermogen geleverd dus  $a = 4$ .

b.

Uit  $P_{gem} = \frac{P_{max}}{a}$  volgt  $\frac{U_{eff}^2}{R} = \frac{U_{max}^2}{a \cdot R}$  en dus  $U_{eff} = \frac{U_{max}}{\sqrt{a}}$ . Dus geldt  $b = 2$ .

### Opgave 2

a.

$$Z_L = \omega L = 2\pi \cdot 200 \cdot 300 \cdot 10^{-3} = 377 \Omega$$

$$I_{max} = \frac{U_{max}}{Z_L} = \frac{4,0 \text{ V}}{377 \Omega} = 10,6 \text{ mA}$$

b.

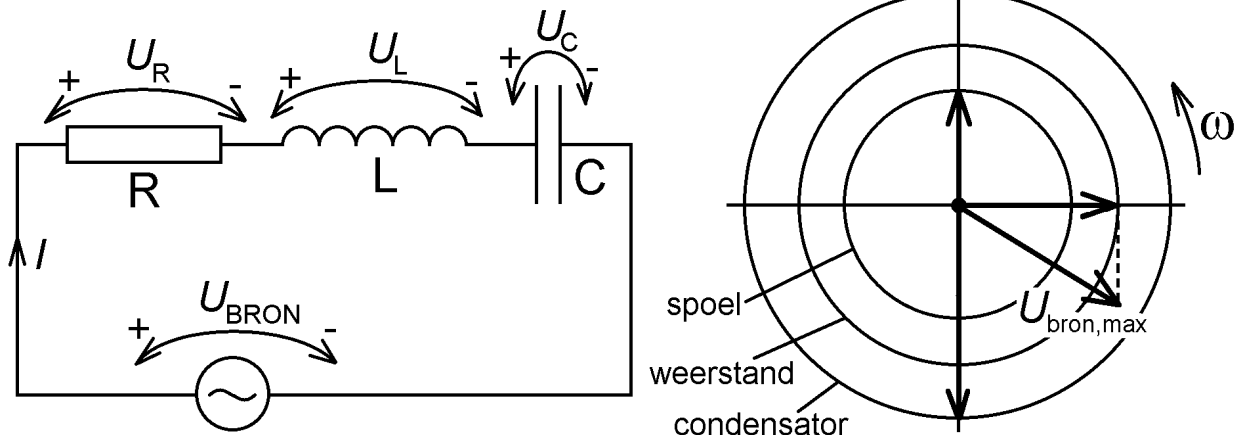
$$U_{eff} = \frac{4,0 \text{ V}}{\sqrt{2}} = 2,8 \text{ V}$$

c.

0 W.

### Opgave 3

a. en b.



c.

$$U_{bron,max}^2 = U_{R,max}^2 + (U_{C,max} - U_{L,max})^2$$

$$U_{bron,max}^2 = I_{max}^2 R^2 + \left( \frac{I_{max}}{\omega C} - I_{max} \omega L \right)^2$$

$$U_{bron,max}^2 = I_{max}^2 \left[ R^2 + \left( \frac{1}{\omega C} - \omega L \right)^2 \right]$$

#### Opgave 4

$$(2 + 4 \cdot i)(1 + 3 \cdot i) = 2 - 12 + 6 \cdot i + 4 \cdot i = -10 + 10 \cdot i$$

$$|z| = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6$$

$$\varphi = \arctan(2/3) = 33,7^\circ$$

$$|z_1 / z_2| = 10 / 2 = 5$$

$$\arg(z_1 / z_2) = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$$

$$a = 5 \cdot \cos(40^\circ) = 3,8$$

$$b = 5 \cdot \sin(40^\circ) = 3,2$$

$$\text{Dus } z_1 / z_2 = 3,8 + 3,2 \cdot i$$

#### Opgave 5

a.

Alleen 2)

b.

$$Z_{\text{serie}} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

c.

Piet (de deelspanningen heffen elkaar op en is de totale spanning dus nul).

d.

$$0 = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$$

$$j\omega L = \frac{-1}{j\omega C}$$

$$\omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

### Opgave 6

a.

Laagdoorlaatfilter

Bij lage frequenties is de spoel een kortsluiting.

b.

$$H = \frac{R}{R + j\omega L}$$

c.

$$H = 1$$

d.

$$H = \frac{R}{j\omega L} \text{ met als limiet } H = 0.$$

e.

90° achter

### Opgave 7

$$\varphi = \frac{360^\circ}{14} = 25,7^\circ$$

$$P_{gem} = U_{eff} \cdot I_{eff} \cdot \cos(\varphi) = 4,0 \text{ V} \cdot 0,42 \text{ A} \cdot \cos(25,7^\circ) = 1,5 \text{ W}$$