# Dualistisch karakter van licht en materie

Bij veel experimenten heeft licht een golfkarakter. Daarbij wordt het verband tussen de lichtsnelheid c, de frequentie f en de golflengte λ gegeven door:

$c = f \cdot \lambda$ (vgl. 1)

Bij een aantal natuurkundige verschijnselen, zoals het foto-elektrisch effect en het compton-effect, blijkt licht echter ook een deeltjeskarakter te hebben. Deze lichtdeeltjes hebben geen massa en worden fotonen genoemd. De energie E van één foton volgt uit de volgende vergelijking waarin h (= $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ Js) de constante van Planck is.

$E = h \cdot f$ (vgl. 2)

Een lichtbundel met een bepaalde golflengte (en dus een bepaalde frequentie) bestaat volgens de deeltjestheorie uit een stroom fotonen die allemaal bewegen met de lichtsnelheid en allemaal een energie hebben volgens vergelijking 2.

Fotonen hebben naast energie ook een impuls. Uit de speciale relativiteitstheorie volgt dat het verband tussen de energie E en de impuls p van een deeltje beschreven wordt door:

$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ (vgl. 3)

Fotonen zijn massaloos (m = 0). Voor fotonen kan vergelijking 3 daarom vereenvoudigd worden tot:

$E = p \cdot c$ (vgl. 4)

Als we de vergelijkingen 1, 2 en 4 met elkaar combineren, krijgen we:

$p = \frac{h}{\lambda}$ (vgl. 5)

We zien dat de impuls van een foton samenhangt met de golflengte λ. Naarmate de golflengte korter wordt, wordt de impuls groter.

Laten we nu naar materiële deeltjes met massa m kijken, zoals elektronen en neutronen. Deze deeltjes worden in de mechanica beschreven door impuls p en kinetische energie $E_K$. Als de snelheid v van zo'n deeltje veel kleiner dan de lichtsnelheid is, gelden hiervoor de volgende formules:

$p = m \cdot v$ (vgl. 6).

$E_K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$ (vgl. 7).

Bij sommige natuurkundige verschijnselen blijken materiële deeltjes een golfkarakter te hebben. In overeenstemming met vergelijking 5 geldt de volgende vergelijking voor de golflengte van een 'materiegolf'.

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{(vgl. 8)}$$

Dat het golfkarakter van deeltjes zo lang voor de mens verborgen is gebleven, is het gevolg van de zeer kleine waarde van de constante van Planck. Als we voor de massa m = 1 kg en voor de snelheid v = 1 m/s nemen, wordt de bijbehorende golflengte:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{1 \cdot 1} = 6{,}6 \cdot 10^{-34} \text{ m}.$$

Deze golflengte is te klein om waar te nemen. Als we echter een elektron nemen met een massa van $9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg en een snelheid van $10^6$ m/s, krijgen we:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}6 \cdot 10^{-34}}{9{,}1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{6}} = 0{,}73 \cdot 10^{-9} \text{ m}.$$

Dit is van dezelfde orde van grootte als de afmeting van een atoom. Nu speelt het golfkarakter dus wel een rol.

In overeenstemming met vergelijking 2 geldt voor de frequentie van de materiegolf waarin E de (totale) energie van het deeltje is:

$$f = \frac{E}{h} \quad \text{(vgl. 9)}$$

Samengevat geldt het volgende.

Voor een foton en een deeltje (met massa) geldt: $p = \dfrac{h}{\lambda}$ en $E = h \cdot f$.

De vergelijkingen $p = \dfrac{h}{\lambda}$ en $E = h \cdot f$ worden vaak geschreven als:

$$p = \hbar \cdot k \quad \text{(vgl. 10)} \quad \text{en}$$

$$E = \hbar \cdot \omega. \quad \text{(vgl. 11)}$$

De evenredigheidsconstante in de laatste twee vergelijkingen is de constante van Dirac en wordt uitgesproken als 'h-streep' (in het Engels 'h-bar'). Hiervoor geldt:

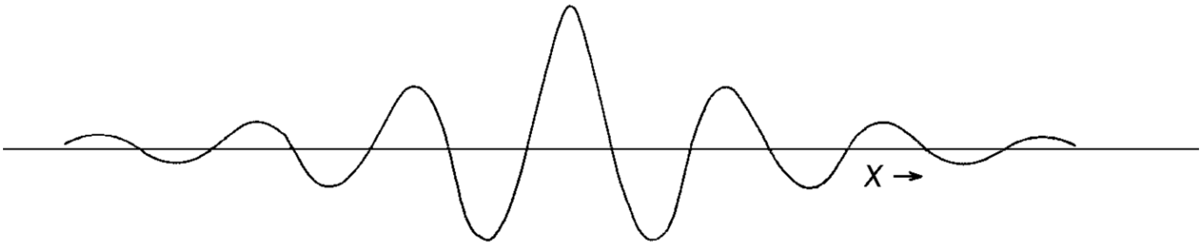
$$\hbar = \frac{h}{2\pi}.$$

De letter k is het zogenoemde 'golfgetal' en is rechtstreeks gerelateerd aan de golflengte via de onderstaande formule.

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}.$$

Het golfgetal wordt uitgedrukt in radialen per meter.

<u>Opmerking</u>
De onderstaande figuur stelt de materiegolf van een deeltje voor. Als het deeltje met snelheid v naar rechts beweegt, moet het golfpakketje natuurlijk ook met deze snelheid naar rechts bewegen. We kunnen dit bewijzen door de zogenoemde groepssnelheid $v_G$ te berekenen. We moeten dan vinden: $v_G = v$.




Voor de groepssnelheid geldt:

$$v_G = \frac{d\omega}{dk}.$$

Volgens vergelijking 10 en 11 geldt dan ook:

$$v_G = \frac{dE}{dp}.$$

Als we voor E de kinetische energie van het deeltje kiezen, dan geldt met gebruikmaking van de vergelijkingen 6 en 7:

$$\frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}\left(\frac{p^2}{2 \cdot m}\right) = \frac{p}{m} = v.$$

Hiermee is bewezen dat inderdaad steeds geldt: $v_G = v$.