

# Afstanden in de astrofysica

## Booggraden, boogminuten en boogseconden

Een 'booggraad' of kortweg 'graad' is een veel gebruikte eenheid voor een hoek. Een booggraad is per definitie het 1/360-ste deel van een volledige rotatie. Een booggraad wordt aangeduid met het  $^{\circ}$  symbool. Zo is een rechte hoek  $90^{\circ}$ . In het dagelijks leven is een graad een handige hoekeenheid omdat een geheel aantal graden meestal voldoende nauwkeurig is voor de hoekaanduiding.

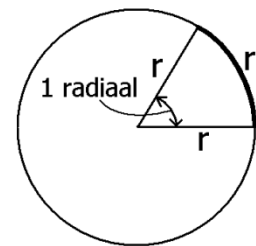
Een 'boogminuut' of kortweg 'minuut' is het 60-ste deel van een booggraad. Een boogminuut wordt met een enkele apostrof aangeduid. Er geldt dus:  $1^{\circ} = 60'$ .

Een 'boogseconde' of kortweg 'seconde' is het 60-ste deel van een boogminuut. Een boogseconde wordt met een dubbele apostrof aangeduid. Er geldt dus:  $1' = 60''$ .

De resolutie (= scheidend vermogen) van een optisch systeem is de kleinste hoek tussen twee objecten (zoals een dubbelster) die nog gescheiden waargenomen kunnen worden. Het menselijk oog heeft een resolutie van ongeveer 1 boogminuut.

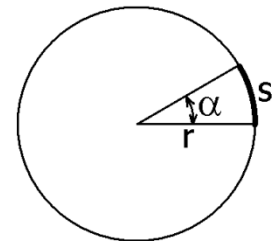
## Radiaal

De grootte van een hoek kan naast graden ook in radialen worden uitgedrukt. Onder een radiaal verstaan we de hoek, gemeten vanuit het middelpunt van een cirkel, waarbij de lengte van de boog gelijk is aan de straal  $r$ . Zie de figuur hiernaast. De afkorting voor radiaal is rad. Een radiaal is een veel natuurlijker eenheid voor een hoek dan een graad. Een radiaal komt overeen met 57,3 graden.



## Een hoek berekenen uit twee afstanden

In de figuur hiernaast is een hoek  $\alpha$  getekend vanuit het middelpunt van een cirkel. De booglengte  $s$ , die bij de hoek hoort, is duidelijk kleiner dan straal  $r$ . Dat betekent dat  $\alpha$  kleiner dan 1 radiaal is. Maar hoe groot dan? Na nauwkeurig opmeten in de figuur blijkt dat de booglengte 0,52 keer zo groot is als de straal. Dus is  $\alpha = 0,52$  rad.



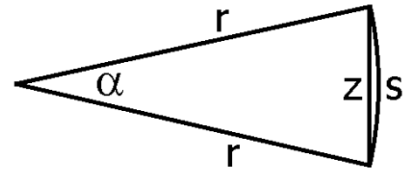
Algemeen geldt (per definitie) dat de hoek in radialen gelijk is aan het aantal keer dat de straal in de booglengte past. Dat kan je wiskundig als volgt opschrijven.

$$\alpha = \frac{s}{r}$$

Uit deze formule volgt dat de radiaal geen normale eenheid is zoals meter, seconde of kilogram. Als je namelijk twee afstanden ( $s$  en  $r$ ) op elkaar deelt, krijg je als uitkomst een getal zonder eenheid. De letters "rad" in " $\alpha = 1,8$  rad" kun je dus eigenlijk weglaten. Toch wordt dit meestal niet gedaan om aan te geven dat het om een hoek gaat.

Bij een hoek van  $360^\circ$  is de booglengte  $s$  gelijk aan de omtrek van de cirkel. Dat is  $2\pi \cdot r$ . Hieruit volgt:  $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$ .

Bij kleine hoeken is de booglengte  $s$  bij benadering gelijk aan de rechte (overstaande) zijde  $z$ . Zie de figuur hiernaast. In de astrofysica zijn de hoeken zo klein, dat naast  $\alpha = s / r$  ook geldt:  $\alpha = z / r$ .



### Getallenvoorbeeld

Venus heeft een diameter van  $1,2 \cdot 10^7 \text{ m}$ . De kleinste afstand tussen Venus en de aarde bedraagt  $4,1 \cdot 10^{10} \text{ m}$ . Voor de hoek waaronder aardbewoners Venus dan zien, geldt:

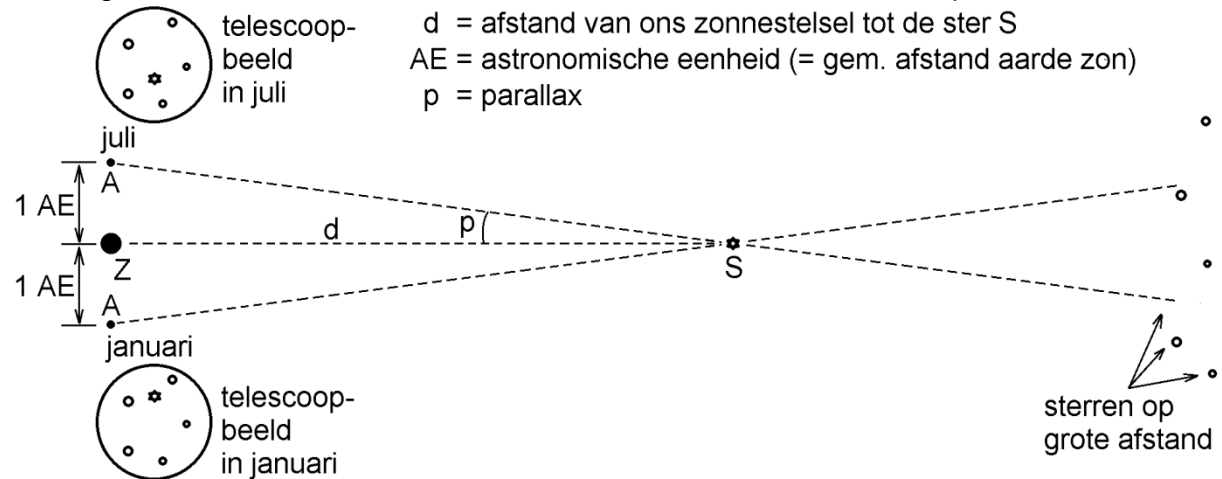
$$\alpha = \frac{z}{r} = \frac{1,2 \cdot 10^7}{4,1 \cdot 10^{10}} = 0,29 \cdot 10^{-3} \text{ rad}.$$

We kunnen deze hoek als volgt omrekenen naar boogseconden.

$$\alpha = \frac{360^\circ}{2\pi} \cdot 3600 \cdot 0,29 \cdot 10^{-3} = 60''.$$

### Afstand van sterren die relatief dichtbij staan

In de onderstaande figuur draait de aarde A om de zon Z. De aarde is op twee plaatsen afgebeeld, namelijk in januari en in juli (zes maanden later). Ster S staat in verhouding dichtbij ons zonnestelsel. Als je met een telescoop naar S kijkt, heeft S in januari een andere plaats te opzichte van de achtergrondsterren (die veel verder van ons afstaan) dan in juli. Uit deze verschuiving van S ten opzichte van de achtergrondsterren kan de afstand  $d$  van S tot ons zonnestelsel bepaald worden.



Onder de parallax  $p$  verstaan we de halve hoek tussen de twee uiterste kijklijnen (vanuit de aarde) naar S. Voor  $p$  geldt:

$$p_{rad} = \frac{1 \text{ AE}}{d}.$$

De toevoeging 'rad' wil zeggen dat de parallax in radialen is uitgedrukt. De afkorting AE betekent 'astronomische eenheid'. Dat is de gemiddelde afstand tussen zon en aarde en bedraagt  $1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}$ .

Van sterren, die niet te ver weg staan, kan men de parallax meten. Hieruit kan men vervolgens de afstand  $d$  tussen S en Z berekenen volgens:

$$d = \frac{1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}}{p_{rad}}$$

### **De parsec als eenheid van afstand**

Astronomen gebruiken de 'parsec' (symbool pc) als eenheid van afstand. Hieronder verstaan we de afstand tussen de zon en de ster als de parallax gelijk is aan 1 boogseconde. Parsec is de samentrekking van par in parallax en sec in boogseconde. Omdat 1 boogseconde gelijk is aan  $(2\pi/360) \times (1/3600) = 4,85 \cdot 10^{-6}$  radialen, geldt:

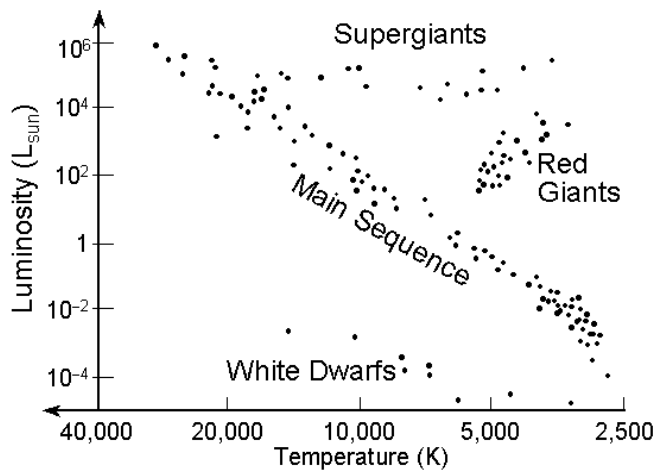
$$1 \text{ parsec} = \frac{1,50 \cdot 10^{11} \text{ m}}{4,85 \cdot 10^{-6}} = 3,09 \cdot 10^{16} \text{ m}.$$

In de astronomie wordt veel gebruik gemaakt van de parsec omdat het gebruik ervan heel handig is. Als bijvoorbeeld de parallax van een ster  $2''$  is, bedraagt zijn afstand 0,5 pc en als de parallax  $0,5''$  is, bedraagt de afstand 2 pc. Een parsec is 3,26 keer zo groot als een lichtjaar. Deze laatste is de afstand die het licht in een jaar aflegt.

# Indeling van sterren

## Hertzsprung-Russell-diagram

De figuur hiernaast toont het Hertzsprung-Russell-diagram (HR-diagram). In dit diagram worden twee eigenschappen van sterren tegen elkaar uitgezet, namelijk de lichtkracht  $L$  tegen de absolute temperatuur  $T$ . Zowel verticaal als horizontaal wordt een logaritmische schaal gebruikt. Merk op dat de temperatuur toeneemt van rechts naar links.



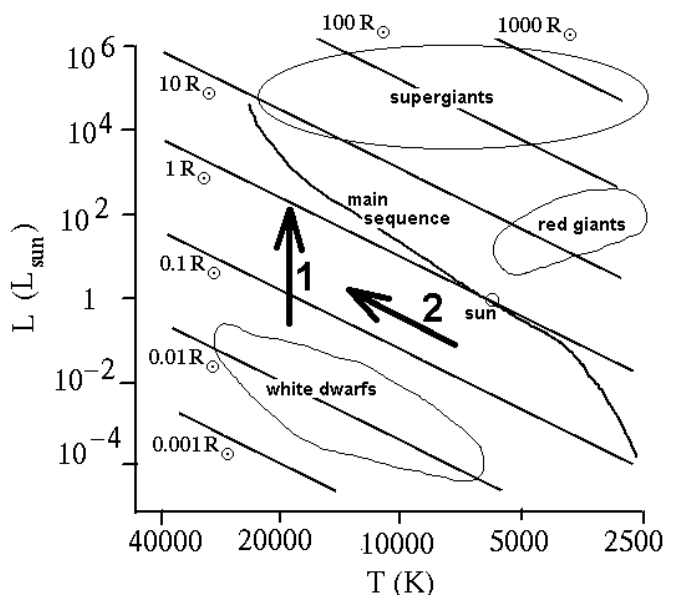
Onder de lichtkracht  $L$  verstaan we het totaal uitgestraalde vermogen van een ster. Met de temperatuur  $T$  bedoelen we de effectieve (absolute) temperatuur van de buitenkant van de ster. De effectieve temperatuur is de temperatuur van het steroppervlak als de ster een 'zwarte straler' zou zijn met gelijkblijvende lichtkracht.

Beide grootheden ( $L$  en  $T$ ) kunnen in principe vanaf de aarde worden bepaald. De temperatuur van de ster volgt uit het spectrum van het licht dat uitgezonden wordt (dus hoe de uitstraling verdeeld is over de frequenties). De lichtkracht volgt uit de op aarde gemeten intensiteit  $I$  van de ster en de afstand  $d$  tot de ster. Het uitgestraalde vermogen is dan  $L = I \cdot 4\pi \cdot d^2$ . Hierin is  $4\pi \cdot d^2$  de oppervlakte van een denkbeeldige bol met de ster als middelpunt en  $d$  als straal.

De lichtkracht  $L$  van een ster hangt van de temperatuur  $T$  en van de straal  $R$  van de ster af. Als we aannemen dat sterren zwarte stralers zijn, geldt:

$$L = 4\pi \cdot \sigma \cdot R^2 \cdot T^4$$

Hierin is  $\sigma$  de constante van Stefan-Boltzmann. Uit deze formule volgt dat in het HR-diagram rechte lijnen getekend kunnen worden die horen bij een constante straal. In het HR-diagram hiernaast zijn er zeven van dit soort lijnen getekend. De rechte lijn linksonder hoort bij een duizendste van de straal van onze zon. Elke volgende rechte lijn hoort bij een straal die tien keer zo groot is.



Als we in het HR-diagram in de richting van pijl 1 bewegen, neemt de straal van de ster toe bij gelijkblijvende temperatuur. Zoals we verwachten, neemt de lichtkracht van de ster dan toe. Als we in de richting van pijl 2 bewegen, neemt de temperatuur van de ster toe bij gelijkblijvende straal. Ook dan neemt de lichtkracht van de ster toe.

In het HR-diagram zijn een aantal groepen van sterren aangegeven, met name de hoofdreeks (main sequence), rode reuzen (red giants), superreuzen (supergiants) en witte dwergen (white dwarfs). Sterren bevinden zich het grootste deel van hun leven op deze hoofdreeks. Kenmerkend voor hoofdreekssterren is dat waterstof in de kern fuseert tot helium (en er nog geen zwaardere elementen gevormd worden). De massa van de ster bepaalt zijn plaats op de hoofdreeks. Hoe groter de massa is, des te verder de ster naar linksboven opschuift.

Bij een grotere massa van de ster (nog steeds op de hoofdreeks!!) hoort een grotere straal van de ster en een hogere temperatuur van het oppervlak. De sterrenmassa beïnvloedt de lichtkracht van de ster echter verreweg het sterkst. Ga dat in het HR-diagram na. Bij benadering is de lichtkracht evenredig met de massa  $M$  tot de vierde macht (dus  $P \propto M^4$ ). Dit betekent dat hoe zwaarder een ster is, hoe korter zijn levensduur is. Een zware ster heeft weliswaar veel waterstof, maar dit waterstof wordt ook in een heel hoog tempo verbruikt. Een bijkomend feit is dat lichte sterren (lichter dan de aarde) het meeste van de aanwezige waterstof gebruiken om te fuseren. Dit is mogelijk dankzij convectie (stroming) in de gehele ster. Bij middelzware en zware sterren wordt het waterstof buiten de kern niet aangesproken.

Naast sterren op de hoofdreeks zijn er reuzen (giants), superreuzen (supergiants) en witte dwergen (white dwarfs). Deze komen hierna aan de orde.

## Levensloop van sterren

Sterren ontstaan uit de samentrekken van gaswolken, voornamelijk waterstof, ten gevolge van gravitatiekrachten. Hierbij komt energie vrij. Tijdens de gravitatiecontractie stijgen de temperatuur van de ster en de druk in de kern van de ster. Wanneer een voldoende groot stuk van een moleculaire wolk zich verdicht, is verdere contractie niet te stoppen. Er vormt zich een bol van gas die uiteindelijk een nieuwe ster zal worden. Tijdens deze contractiefase wordt zwaartekrachtenergie omgezet in warmte. Het gevormde object wordt een protoster genoemd. Deze zendt eerst infrarood uit en daarna zichtbaar licht. Kenmerkend voor een protoster is dat er voortdurend samentrekking plaatsvindt maar er nog geen kernfusieprocessen plaatsvinden.

Op een bepaald moment is de kern van de protoster zo heet, dat daar waterstof gaat fuseren tot helium. We spreken dan van een ster (geen protoster meer). Bij de fusie komt zoveel energie vrij, dat de het krimpen van de ster stopt. Bij elke bolschil is er dan een stabiel evenwicht tussen de gravitatie-druk (naar binnen gericht) en de gas- en stralingsdruk (naar buiten gericht). Sterren bevinden zich dan op de hoofdreeks van het HR-diagram, waar ze de langste tijd van hun leven op blijven zitten.

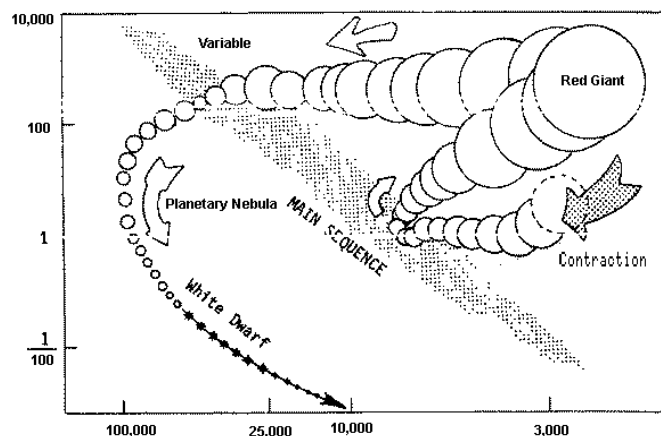
Bij sterren op de hoofdreks is er sprake van een stabiliserend feedback systeem van de energieproductie door kernfusie. Stel dat deze energieproductie in de kern van de ster een beetje zou toenemen. De temperatuur en druk in de kern zouden daardoor ook toenemen, waardoor de kern zou uitzetten. Hierdoor zou de dichtheid en temperatuur van de kern weer afnemen, waardoor de energieproductie door kernfusie ook weer zou afnemen. Zonder kernfusie zou er geen 'automatische rem' op het krimpen van de sterkern zijn.

Vroeg of laat is het waterstof op in de kern. De ster houdt dan op een hoofdreksster te zijn. Wat er dan gebeurt, hangt sterk af van de massa van de ster. We kunnen globaal drie groepen onderscheiden namelijk 1) lichte sterren, 2) middelzware sterren zoals de zon en 3) zware sterren.

In lichte sterren zijn verdergaande fusieprocessen (van helium naar koolstof en verder) niet mogelijk omdat de hierbij vereiste temperaturen en drukken hoger liggen dan voor het fuseren van waterstof. Lichte sterren, die bij het ontstaan van ons heelal zijn gevormd, staan vanwege hun lange leven nog steeds op de hoofdreks.

Bij middelzware en zware sterren zal bij het einde van de waterstoffusie de gravitatiecontractie van de kern van de ster op gang komen, wat veel energie geeft. Hierdoor wordt het mogelijk dat er helium in de kern fuseert tot koolstof en zuurstof. Bij zware sterren zullen er nog verdergaande fusieprocessen plaatsvinden, tot maximaal ijzer. Zwaardere atoomkernen dan ijzer worden niet gevormd omdat dit energie zou kosten in plaats van opleveren. Door deze vrijkomende energie zetten de buitenlagen van de ster sterk uit, waardoor deze een zogenoemde rode reus wordt. De buitenste lagen hebben daarbij een lagere temperatuur, terwijl het totaal uitgestraalde vermogen toch groter wordt.

Als de kernfusie afloopt, krimpt een middelzware ster in tot een witte dwerg. Bij het krimpen blijven de buitenste gaslagen achter; de ster verliest hierbij dus massa. Deze gaslagen wordt aangeduid met planetaire nevel. Zie het HR-diagram hiernaast waarin de levensloop van een zonachtige ster wordt weergegeven.



Hoe zwaarder de ster is, des te heftiger het ineenstorten gaat na de fusieperiode. Bij zware sterren kunnen er neutronensterren ontstaan met een enorme dichtheid. Nog zwaardere sterren klappen ineen tot een zwart gat. Bij het ineenstorten van zware sterren komen enorme hoeveelheden gravitatie-energie vrij waarbij ook zwaardere elementen dan ijzer worden gevormd, tot aan uranium. Het ineenklappen gaat gepaard met een enorme explosie waarbij materie de ruimte in wordt geslingerd: een supernova.