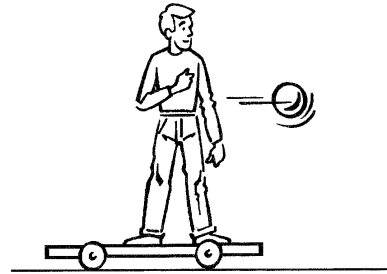


Naam: _____ Klas: _____

Repetitie Relativiteit deel 2 (versie A)

Opgave 1

In de figuur hiernaast staat een man met een massa van 60 kg op een licht lopend karretje met een massa van 15 kg. Hij heeft een kegelbal met een massa van 5,0 kg bij zich. Bereken de snelheid van de man plus karretje krijgt als hij de bal vanuit stilstand weggooit met een horizontaal gerichte snelheid van 3,0 m/s. Beide snelheden zijn gerekend ten opzichte van de grond.

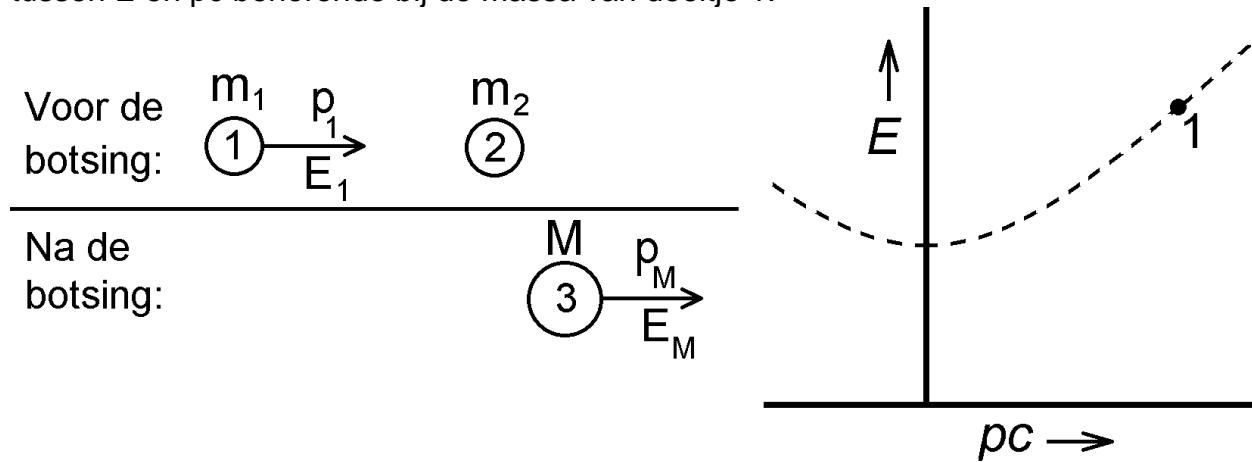


Opgave 2

Een neutron (massa 1,0 u) botst tegen een stilstaande heliumkern (massa 4,0 u) op. De botsing is centraal en veerkrachtig. Voor de botsing is de snelheid van het neutron 10,0 km/s. Bereken de snelheid van het neutron na de botsing. Er hoeft uiteraard geen rekening met relativistische effecten gehouden te worden.

Opgave 3

In de onderstaande figuur botst deeltje 1 op deeltje 2 dat stilstaat. Na de botsing gaan de deeltjes als één geheel, deeltje 3, verder. Rechts is in het minkowskidiagram deeltje 1 als een stip weergegeven. De stippellijn (orthogonale hyperbool) geeft het verband tussen E en pc behorende bij de massa van deeltje 1.



a.

Stel dat de massa van deeltje 2 precies de helft is van de massa van deeltje 1 (deze aanname wordt niet bij vraag b en verder gedaan). Teken dan deeltje 2 en deeltje 3 als stippen in het minkowskidiagram. Zet de cijfers 2 en 3 bij de stippen.

Deeltje 1 heeft massa m_1 , snelheid v_1 , impuls p_1 en totale energie E_1 . Deeltje 2 heeft massa m_2 en totale energie E_2 . Deeltje 3 heeft massa M , impuls p_M en totale energie E_M .

Voor de massa M van het uiteindelijke deeltje geldt:

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + \frac{2m_1m_2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$$

In deze opgave gaan we de bovenstaande formule afleiden.

b.

Bewijs dat uit de wet van behoud van impuls volgt:

$$E_M^2 = E_1^2 + M^2c^4 - m_1^2c^4$$

Schrijf elk stapje van je bewijs op en werk hierbij van boven naar beneden.

c.

Bewijs dat uit de wet van behoud van energie volgt:

$$E_M^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2.$$

Schrijf elk stapje van je bewijs op en werk hierbij van boven naar beneden.

d.

Toon aan dat de formule voor M^2 (zie het begin van deze opgave) volgt uit de te bewijzen formules bij vraag a. en b. Schrijf elk stapje van je bewijs op en werk hierbij van boven naar beneden.

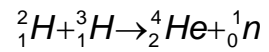
e.

Toon aan dat de formule voor M^2 (zie het begin van deze opgave) voor kleine snelheden overgaat in:

$$M = m_1 + m_2.$$

Opgave 4

Een veelbelovende kernfusiereactie bij het opwekken van energie is de volgende.



Hierbij geldt:

$m(\text{H-2-kern}) = 2,013553 \text{ u}$ en $m(\text{H-3-kern}) = 3,015500 \text{ u}$ en

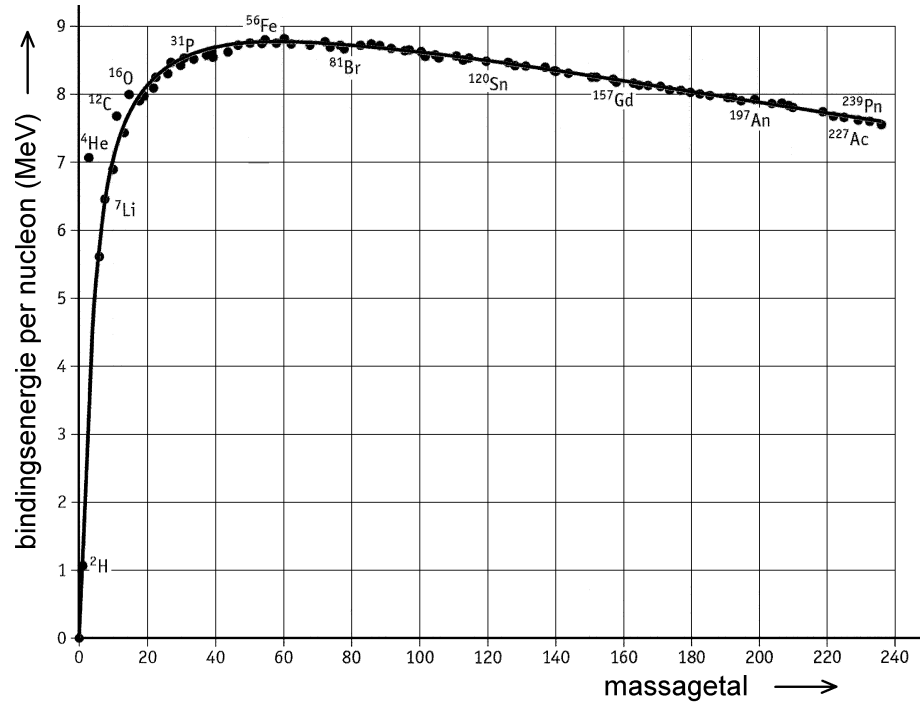
$m(\text{He-4-kern}) = 4,001506 \text{ u}$ en $m(\text{neutron}) = 1,008665 \text{ u}$.

Bereken hoeveel MeV bij deze reactie vrijkomt.

Opgave 5

Stel je de volgende niet reële situatie voor. Iemand laat in een eigen kernfusiereactor 2,0 kg helium-4 fuseren tot zuurstof-16.

Bereken dan hoeveel joule hierbij vrijkomt. Maak daarbij gebruik van het diagram hiernaast.

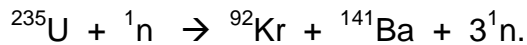


Opgave 6

In een kernreactor komt energie vrij bij het splijten van zware kernen. In de figuur hiernaast is het principe van een kernreactor weergegeven.

Er volgt een splijting als een ^{235}U -kern getroffen wordt door een zogenaamd langzaam neutron. Dit is een neutron met een kinetische energie van ongeveer 0,05 eV.

Eén van de mogelijke splijtingen verloopt als volgt:



Bij deze splijting komt een energie vrij van 188 MeV, voornamelijk in de vorm van kinetische energie van de twee zware brokstukken ^{92}Kr en ^{141}Ba .

a.

Geef kort aan wat de functie van de moderator is.

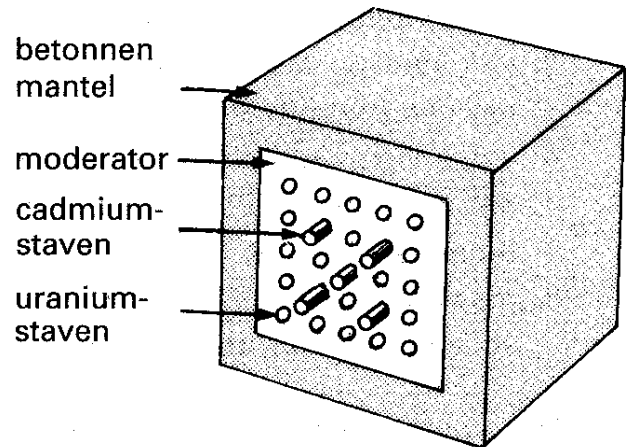
b.

Geef kort aan wat de functie van de cadmiumstaven is.

In een kernreactor komt tengevolge van deze splijtingen een energie van $9,0 \cdot 10^{12}$ J per uur vrij. Neem aan dat alleen bovengenoemde splijtingsreactie plaatsvindt.

c.

Bereken het aantal splijtingen dat per uur plaatsvindt.



d.
Bereken hoeveel massa per uur in de reactor verdwijnt.

Het rendement van de kerncentrale, waarvan deze kernreactor de energiebron is, bedraagt 18%.

e.
Bereken het elektrisch vermogen dat deze kerncentrale afgeeft.

Op een bepaald tijdstip zijn er $3,0 \cdot 10^5$ langzame neutronen in de kernreactor. De gemiddelde tijd tussen twee opeenvolgende splijtingen is $2,0 \cdot 10^{-7}$ s.

f.
Bereken dan hoelang het duurt voordat er $6,0 \cdot 10^8$ langzame neutronen in de kernreactor zijn als de vermenigvuldigingsfactor 1,02 bedraagt.

Uitwerkingen

Opgave 1

Na de worp geldt voor de impuls van de bal:

$$p_{BAL} = m \cdot v = 5,0 \cdot 3,0 = 15 \text{ kgm/s}$$

Na de worp geldt voor de impuls van man plus kar:

$$p_{MAN+kar} = m_{MAN+KAR} \cdot v = (60 + 15) \cdot v_{MAN+KAR}$$

De totale impuls is nul. Voor de snelheid van de man plus kar geldt dan:

$$v_{MAN+KAR} = \frac{15}{60 + 15} = 0,20 \text{ m/s (het minteken is weggelaten)}$$

Opgave 2

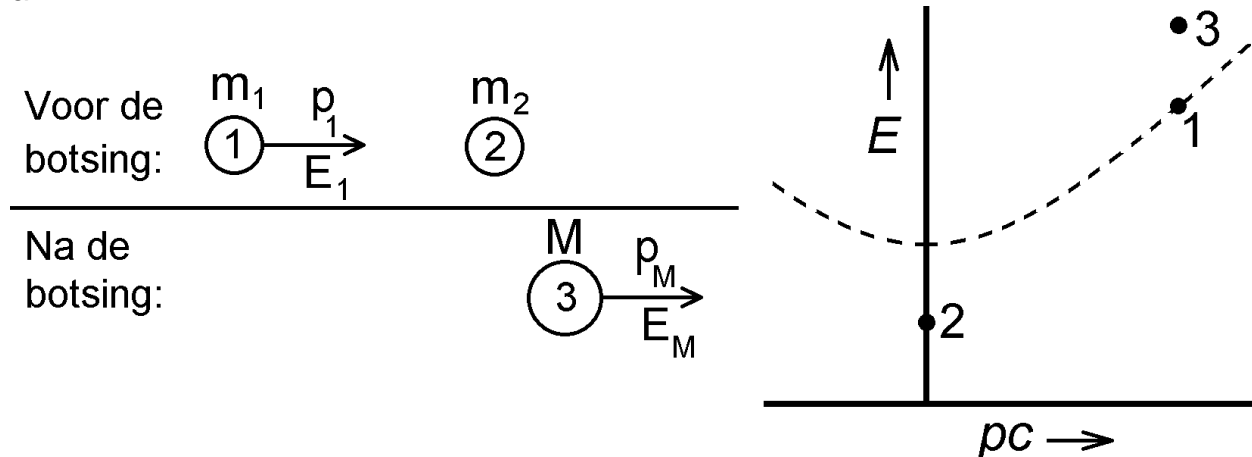
Stel dat de botsing onelastisch zou zijn. De gezamenlijke eindsnelheid zou dan zijn:

$$v_{ONELASTISCH} = \frac{P_{VOOR}}{m_{TOTAAL}} = \frac{10,0 \cdot 10^3 \text{ u} \cdot \text{m/s}}{5,0 \text{ u}} = 2,0 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Tijdens de eerste fase van de botsing gaat de neutronsnelheid dus van 10,0 km/s naar 2,0 km/s. Dit is een daling van 8,0 km/s. Tijdens de tweede fase van de botsing daalt de snelheid dus weer met 8,0 km/s. De eindsnelheid wordt dan $2,0 - 8,0 = -6,0 \text{ km/s}$.

Opgave 3

a.



b.

$$p_1 = p_M$$

$$p_1^2 c^2 = p_M^2 c^2$$

$$E_1^2 - m_1^2 c^4 = E_M^2 - M^2 c^4$$

$$E_M^2 = E_1^2 + M^2 c^4 - m_1^2 c^4$$

c.

$$E_1 + E_2 = E_M$$

$$(E_1 + E_2)^2 = E_M^2$$

$$E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2 = E_M^2$$

$$E_M^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2$$

d.

$$E_1^2 + M^2c^4 - m_1^2c^4 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2$$

$$M^2c^4 - m_1^2c^4 = E_2^2 + 2E_1E_2$$

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + \frac{2m_1m_2}{\sqrt{1 - \frac{v_1^2}{c^2}}}$$

e.

Als v_1 erg klein is, kunnen we de wortel weglaten en krijgen we:

$$M^2 = m_1^2 + m_2^2 + 2m_1m_2$$

$$M^2 = (m_1 + m_2)^2$$

$$M = m_1 + m_2$$

Opgave 4

$$\Delta m = m(\text{H-2-kern}) + m(\text{H-3-kern}) - m(\text{He-4-kern}) - m(\text{neutron})$$

$$\Delta m = 2,013553 + 3,015500 - 4,001506 - 1,008665 = 0,01888 \text{ u}$$

$$E = 0,01888 \text{ u} \times 931,49 \text{ MeV/u} = 17,6 \text{ MeV}$$

Opgave 5

Per nucleon komt vrij: $8,0 - 7,1 = 0,9 \text{ MeV}$.

$$n(\text{nucl}) = \frac{2,0 \text{ kg}}{1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 1,2 \cdot 10^{27}$$

$$E = 1,2 \cdot 10^{27} \cdot 0,9 \text{ MeV} \cdot 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV} = 1,7 \cdot 10^{14} \text{ J}$$

Opgave 6

a.

Afremmen van neutronen

b.

Absorberen van neutronen

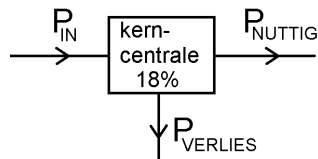
c.

$$n = \frac{E_{TOT}}{E_{SPLIJTING}} = \frac{9,0 \cdot 10^{12}}{188 \text{ Mev} \cdot 1,60 \cdot 10^{-13} \text{ J/MeV}} = 3,0 \cdot 10^{23}$$

d.

$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = \frac{9,0 \cdot 10^{12} \text{ J}}{(3,0 \cdot 10^8)^2 \text{ m}^2/\text{s}^2} = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$$

e.



$$P_{IN} = \frac{E_{IN}}{t} = \frac{9,0 \cdot 10^{12} \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 2,5 \cdot 10^9 \text{ W}$$

$$P_{NUTTIG} = \eta \cdot P_{IN} = 0,18 \cdot 2,5 \cdot 10^9 = 0,45 \text{ GW}$$

f.

$$1,02^n = \frac{6,0 \cdot 10^8}{3,0 \cdot 10^5} = 2,0 \cdot 10^3$$

$$n \cdot \log(1,02) = \log(2,0 \cdot 10^3) \rightarrow n = 384$$

$$\Delta t = 384 \cdot 2,0 \cdot 10^{-7} = 7,68 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$