

Werkblad reeksontwikkeling lorentzfactor

Voor de lorentzfactor γ (gamma) geldt:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Hierbij ligt β tussen 0 en 1. Bij benadering geldt:

$$\gamma = 1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} \cdot \beta^4 + \frac{15}{48} \cdot \beta^6 + \dots$$

We gaan globaal na hoeveel termen er in de reeksontwikkeling meegenomen moeten worden om dichtbij de juiste waarde van γ te komen.

Bereken de onderstaande waarden (in 4 decimalen) met $\beta = 0,3$.

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} \cdot \beta^4 =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} \cdot \beta^4 + \frac{15}{48} \cdot \beta^6 =$$

Bereken de onderstaande waarden (in 4 decimalen) met $\beta = 0,5$.

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} \cdot \beta^4 =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} \cdot \beta^4 + \frac{15}{48} \cdot \beta^6 =$$

Bereken de onderstaande waarden (in 4 decimalen) met $\beta = 0,7$.

$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} \cdot \beta^4 =$$

$$1 + \frac{1}{2} \cdot \beta^2 + \frac{3}{8} \cdot \beta^4 + \frac{15}{48} \cdot \beta^6 =$$

Conclusie:

Antwoorden

Bij $\beta = 0,3$:

1,0483

1,0450

1,0480

1,0483

Bij $\beta = 0,5$:

1,1547

1,1250

1,1484

1,1533

Bij $\beta = 0,7$:

1,4003

1,2450

1,3350

1,3718

Conclusie: Naarmate β dichter bij 1 komt te liggen, moeten er meer termen in de reeksontwikkeling meegenomen worden in de berekening.