Formuleblad relativiteit (deel 1)

$\beta = \frac{v}{c}$ en $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

$$\Delta t = \frac{\Delta t_o}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

$$L = L_o \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}$$

$$x' = \gamma \cdot (x - \beta \cdot ct)$$

$$ct' = \gamma \cdot (ct - \beta \cdot x)$$

$$x = \gamma \cdot (x' + \beta \cdot ct')$$

$$ct = \gamma \cdot (ct' + \beta \cdot x')$$

$s^2 = c^2 \Delta t^2 - \Delta x^2$ (en deze s^2 is invariant)

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{v \cdot u'}{c^2}}$$

Naam: ____ Klas: ______

Repetitie Relativiteit deel 1 (versie A)

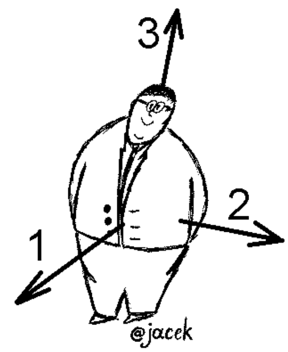
<u>Opgave 1</u>

Jack is verliefd op Jennifer (18) en wil graag een relatie met haar, liefst een seksuele! Het probleem is echter dat Jennifer hem te dik en te oud vindt. De afstand tussen Jacks voor- en achterkant is maar liefst 80 cm. Jack wil in één klap beide problemen oplossen door met hoge snelheid ten opzichte van Jennifer te bewegen.

a.

In welke richting (vanuit Jennifers gezichtspunt gezien) moet Jack bewegen om de afstand tussen de voor- en achterkant van zijn buik voor Jennifer te verkleinen? Zie de drie richtingen in de figuur hiernaast. Omcirkel je antwoord.

1) in de richting van zijn buik 2) in de richting van zijn zij
3) in de richting van zijn hoofd 4) het maakt niet uit.



b.

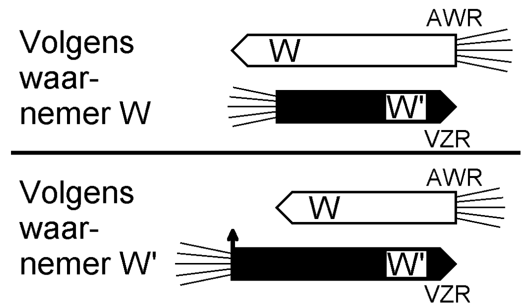
Bereken met welke snelheid, uitgedrukt in de lichtsnelheid c, Jack langs Jennifer moet bewegen zodat voor haar de afstand tussen zijn voor- en achterkant 40 cm is.

c.
In welke richting (weer vanuit Jennifers gezichtspunt gezien) moet Jack bewegen om het leeftijdsverschil tussen hem en Jennifer voor Jennifer te verkleinen? Omcirkel je antwoord.
1) in de richting van zijn buik 2) in de richting van zijn zij
3) in de richting van zijn hoofd 4) het maakt niet uit.

Voor Jennifer beweegt Jack gedurende 6,0 jaar met 90% van de lichtsnelheid.
d.
Bereken hoeveel het leeftijdsverschil voor Jennifer kleiner is geworden na deze 6,0 jaar.

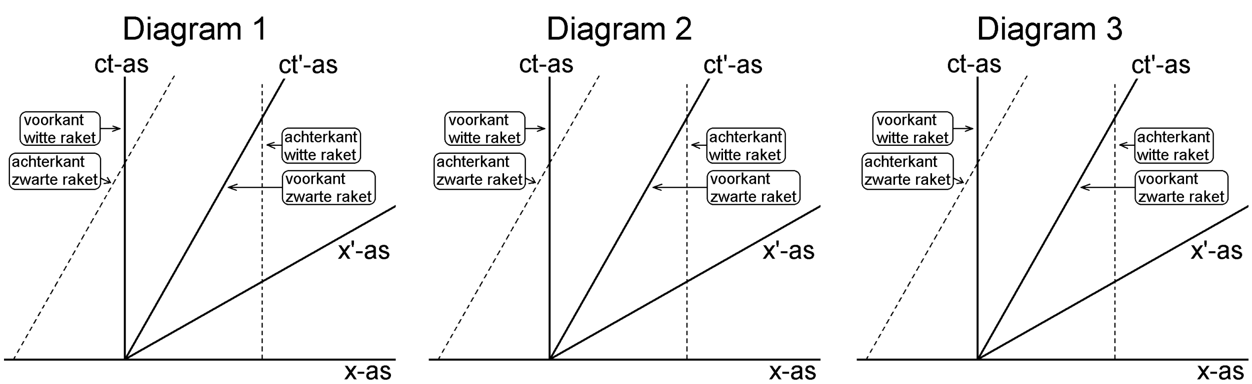
Opgave 2

In de figuren hiernaast vliegen twee raketten in tegengestelde richting langs elkaar. Waarnemer W zit in de witte raket en waarnemer W' zit in de zwarte raket. De eigenlengte van de raketten is gelijk. Echter, door de grote snelheden speelt lengtekrimp een rol. Volgens waarnemer W is de zwarte raket korter dan zijn witte raket. Omgekeerd is volgens waarnemer W' de witte raket korter dan zijn zwarte raket.



Op het moment dat de voorkant van de zwarte raket (VZR) samenvalt met de achterkant van de witte raket (AWR), vuurt waarnemer W' een snel projectiel vanaf de achterzijde van zijn (zwarte) raket af. Zie het kleine pijltje in de figuur. Voor W' vindt het afvuren dus gelijktijdig plaats met het samenvallen van VZR en AWR. Voor W' loopt de witte raket geen gevaar want het projectiel gaat voor hem langs. Hoe zal waarnemer W het projectiel echter beleven? De bovenste figuur (volgens waarnemer W) suggereert dat het projectiel zich zeker in de witte raket zal boren.

Voordat we deze vraag beantwoorden, gaan we eerst wat dieper op de situatie in. Voor waarnemer W zijn de tijd en plaats t en x en voor W' zijn het t' en x'. In de bovenstaande figuren zijn de positieve richting van de x-as en x'-as beide naar rechts gericht. In de onderstaande minkowskidiagrammen zijn de wereldlijnen, die bij de voor- en achterkant van beide raketten horen, getekend.



a.
Teken in diagram 1 de witte raket als een rechte streep volgens waarnemer W op het moment dat VZR samenvalt met AWR.

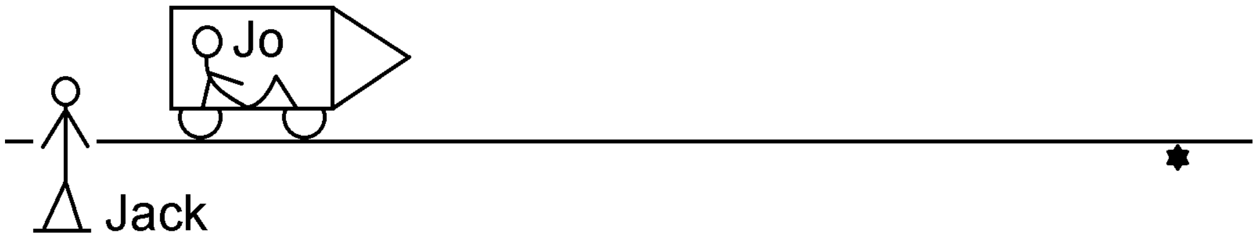
b.
Teken in diagram 2 de witte raket als een rechte streep volgens waarnemer W' op het moment dat VZR samenvalt met AWR.

c.
Teken in diagram 2 het afschieten van het projectiel als een stip. Zet hier letter P bij.

d.
Teken in diagram 3 de witte raket als een rechte streep volgens waarnemer W op het moment dat het projectiel wordt afgeschoten.

e.
Welke van de volgende beweringen is juist?
1)
Voor zowel W als W’ gaat het projectiel voor de witte raket langs.
2)
Voor W gaat het projectiel achter de witte raket langs en voor W’ gaat het projectiel voor de witte raket langs.
3)
Voor waarnemer W wordt de witte raket in de zijkant geraakt en voor waarnemer W’ gaat het projectiel voor de witte raket langs.

Opgave 3
In de onderstaande figuur rijdt Jo in zijn racewagen met 45% van de lichtsnelheid langs Jack. Nadat Jo Jack gepasseerd is, stort een stukje wegdek in omdat het zand onder het wegdek is verdwenen (door stroming van het grondwater). Zie de ster in de figuur. Voor Jack gebeurt dit na 500 ns op een afstand van 200 nls.



a.
Bereken na hoeveel tijd het instorten voor Jo gebeurt.

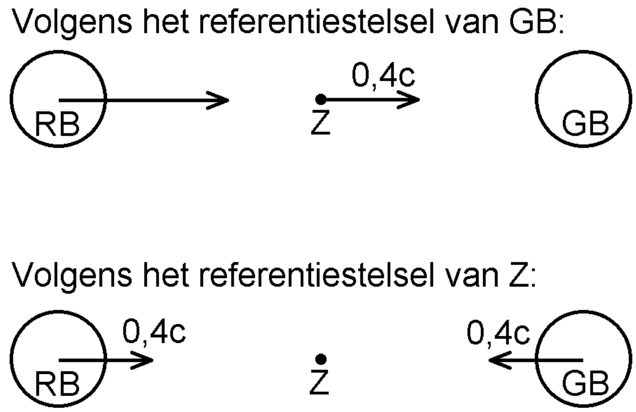
b.
Bereken op welke afstand van Jo de kuil in de weg ontstaat. Kan de kuil gevaar voor Jo opleveren? Leg je antwoord uit.

Opgave 4

Een supersnelle racewagen rijdt met een enorme snelheid op een rechte weg. Hij passeert daarbij een ouder echtpaar dat op een bankje langs de weg zit. In de racewagen bevindt zich een bismut-214 kern. Op een bepaald moment vervalt deze tot een polonium-214 kern en 1,0 μs later vervalt deze polonium-214-kern tot een lood-210 kern. Voor het echtpaar echter bedraagt de tijdsduur tussen het ontstaan en het vervallen van de polonium-214 kern 1,5 μs.
Bereken de afstand (uitgedrukt in μls = microlichtseconde) tussen het ontstaan en het vervallen van de polonium-214 kern in het referentiestelsel van het echtpaar. Maak hierbij geen gebruik van de lorentzfactor γ.

Opgave 5

Een rode bal (RB) wordt in de richting van een even zware, stilstaande, groene bal (GB) geschoten. Zie de bovenste figuur hiernaast. In de onderste figuur hiernaast bekijken we de botsing in het zwaartepuntstelsel (Z). In dit zwaartepuntstelsel bewegen beide ballen met een even grote, maar tegengesteld gerichte snelheid naar elkaar toe. Deze snelheid is 40% van de lichtsnelheid. Bereken de snelheid, uitgedrukt in de lichtsnelheid c, waarmee de rode bal naar de groene bal geschoten wordt (in de bovenste figuur dus).



<u>Opgave 6</u>

In de onderstaande figuren rijdt een trein met zeer hoge snelheid naar rechts. Langs de kant van het spoor staat waarnemer W en in de trein staat waarnemer W'. Zowel langs het spoor als in de trein bevinden zich klokken. De klokken langs het spoor lopen voor waarnemer W allemaal gelijk aan elkaar. De klokken in de trein lopen voor waarnemer W' allemaal gelijk aan elkaar. De opvolgende klokken in de trein in figuur 1 verschillen steeds 7,5 minuten en niet bijvoorbeeld 52,5 minuten. Hetzelfde geldt voor de klokken in de trein in figuur 2 en de klokken langs het spoor in de figuren 3 en 4.

Beantwoord de volgende vragen met behulp van de lorentztransformatie.

a.

Eén van de vier figuren zou de situatie voor waarnemer W correct kunnen weergeven. Welke figuur is dat?

b.

Eén van de vier figuren zou de situatie voor waarnemer W' correct kunnen weergeven. Welke figuur is dat?

Fig. 1

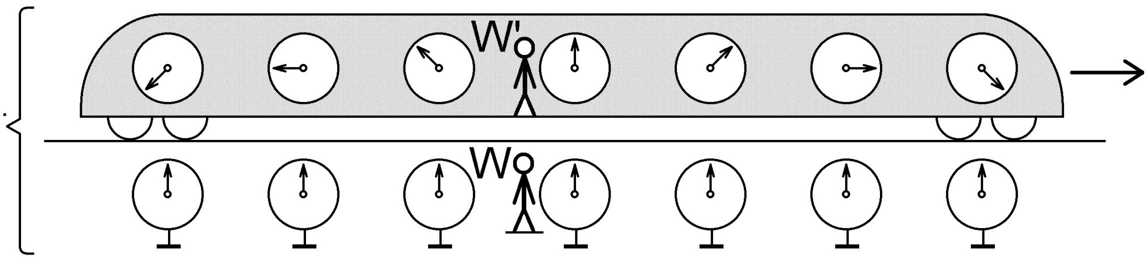


Fig. 2

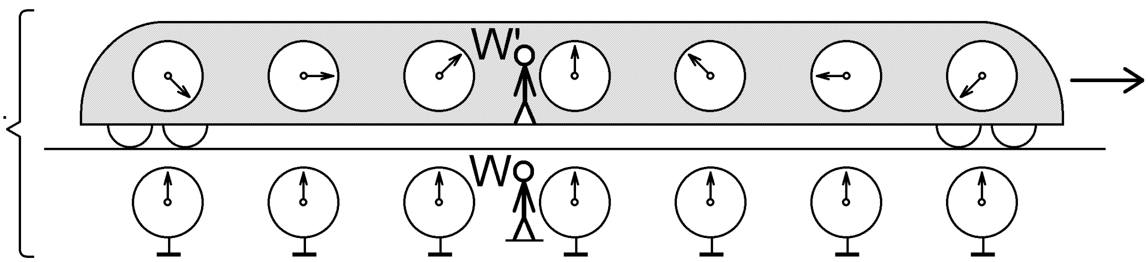


Fig. 3

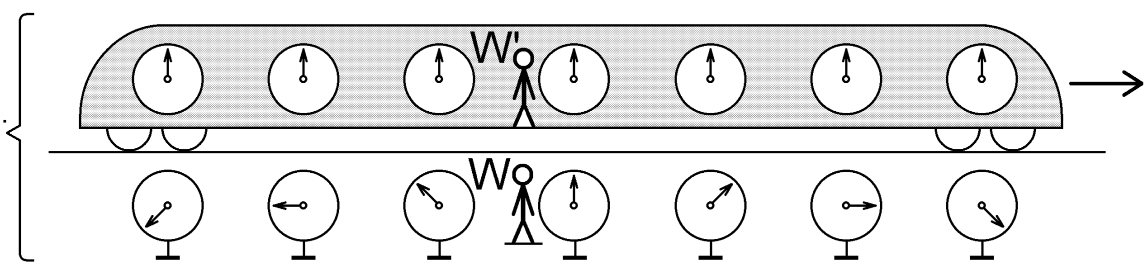
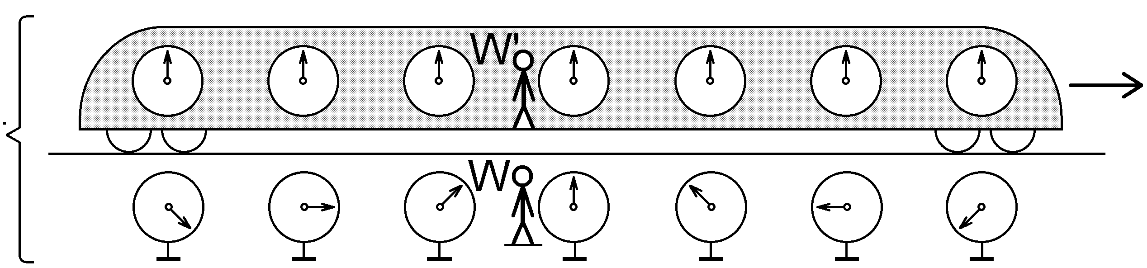


Fig. 4



Uitwerkingen

Opgave 1
a. keuze 1

b.
L_o = 80 cm en L = 40 cm
Uit $L = L_o \cdot \sqrt{1-\beta^2}$ volgt $\sqrt{1-\beta^2} = 0{,}5$.
Hieruit volgt: $1-\beta^2 = 0{,}25$.
Hieruit volgt: $\beta = \sqrt{1-0{,}25} = 0{,}87$.
Dus v = 0,87·c.

c. keuze 4

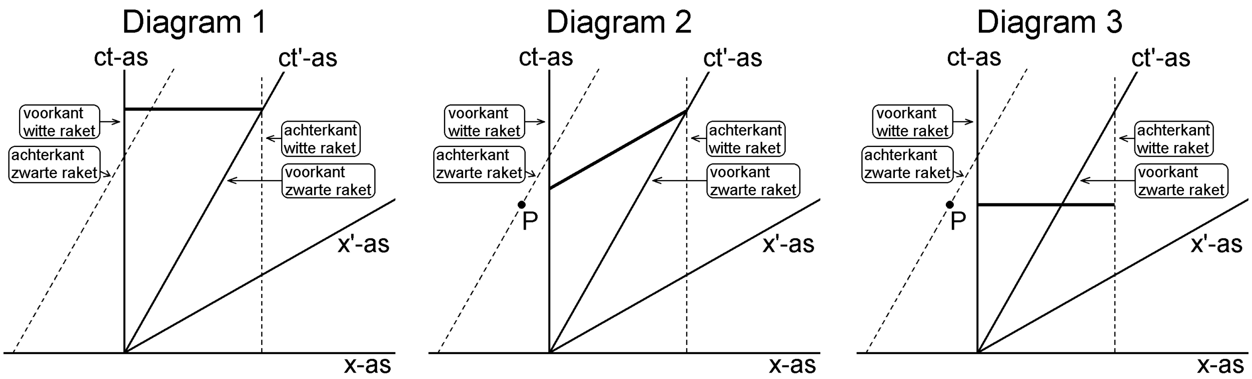
d.
Δt = 6,0 y en β = 0,90

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0{,}90^2}} = 2{,}29$$

$$\Delta t_o = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{6{,}0\ \text{y}}{2{,}29} = 2{,}62\ \text{y}$$

$\Delta t - \Delta t_o$ = 6,0 – 2,62 = 3,4 y

Opgave 2
a. t/m d.



e. keuze 1

Opgave 3
Gegeven is dat β = 0,45 en voor waarnemer W (= Jack) geldt x = 200 nls en t = 500 ns.

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,45^2}} = 1,12$$

a.

$$ct' = \gamma \cdot (ct - \beta \cdot x) = 1,12 \cdot (500 - 0,45 \cdot 200) = 459 \text{ nls}$$

Dus t' = 459 ns.

b.

$$x' = \gamma \cdot (x - \beta \cdot ct) = 1,12 \cdot (200 - 0,45 \cdot 500) = \text{-}28 \text{ nls}$$

De kuil in de weg ontstaat 28 nls *achter* de racewagen (dat zie je aan het minteken). Er is dus geen gevaar!

Opgave 4
Stel W = ouder echtpaar en W' = racewagen.
Dan geldt dat Δt' = 1,0 μs en Δt = 1,5 μs en Δx' = 0

$$c^2\Delta t^2 - \Delta x^2 = c^2\Delta t'^2 - \Delta x'^2$$

$$1,5^2 - \Delta x^2 = 1,0^2 - 0^2 \quad \text{(alle afstanden zijn uitgedrukt in μls)}$$

$$\Delta x^2 = 1,5^2 - 1,0^2 = 1,25$$

$$\Delta x = 1,12 \text{ μls}$$

Opgave 5
Gegeven: v = 0,40·c en u' = 0,40·c.

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{v \cdot u'}{c^2}} = \frac{0,40 \cdot c + 0,40 \cdot c}{1 + \frac{0,40 \cdot c \cdot 0,40 \cdot c}{c^2}} = 0,69 \cdot c$$

Opgave 6
a.
Figuur 2
b.
Figuur 3