

# Golven

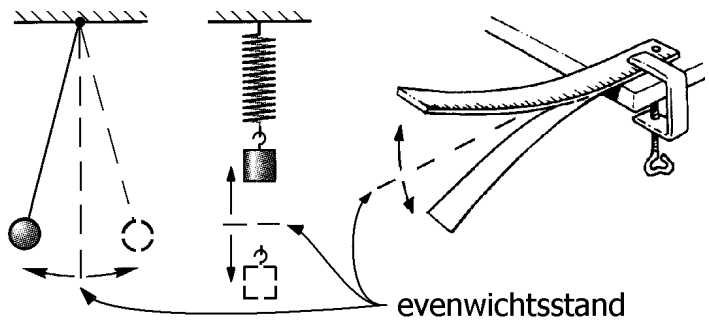
- § 1 Harmonische trilling
- § 2 Transversale en longitudinale golven
- § 3 Golflengte
- § 4 Lopende en staande golven
- § 5 Trillende snaar
- § 6 Trillende luchtkolom

Bijlage: een trillende luchtkolom modelleren met blokjes en veren

# § 1 Harmonische trilling

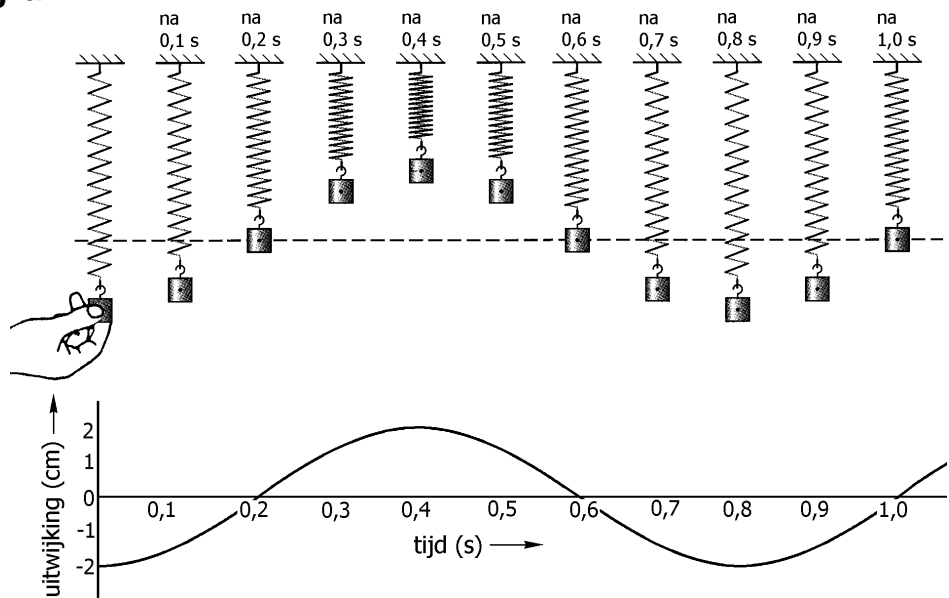
## Trillend voorwerp

We spreken over een 'trillend' voorwerp als dit voorwerp (of één of meerdere delen hiervan) heen en weer beweegt rond de evenwichtsstand. Zie bijvoorbeeld de figuren hiernaast. Links hangt een kogel aan een touwtje en slingert heen en weer. Daarnaast hangt een blokje aan een spiraalveer en beweegt op en neer. Rechts beweegt een liniaal met zijn vrije uiteinde op en neer.



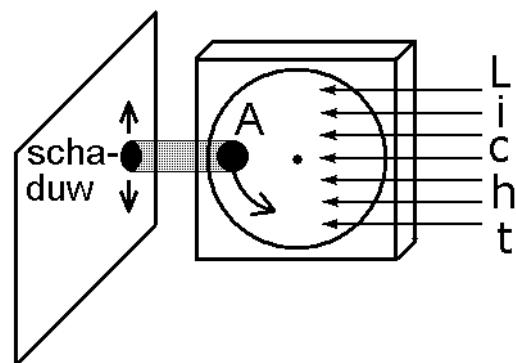
## Uitwijking-tijd-diagram

In de figuur hiernaast hangt een blokje aan een spiraalveer. Er zijn meerdere momentopnamen getekend. In de eerste opname wordt het blokje naar beneden getrokken. Na het loslaten gaat het blokje op en neer trillen (de volgende momentopnamen). Precies onder de momentopnamen is in een diagram de uitwijking van het blokje uitgezet tegen de tijd. Onder de uitwijking verstaan we de verschuiving ten opzichte van de evenwichtsstand.



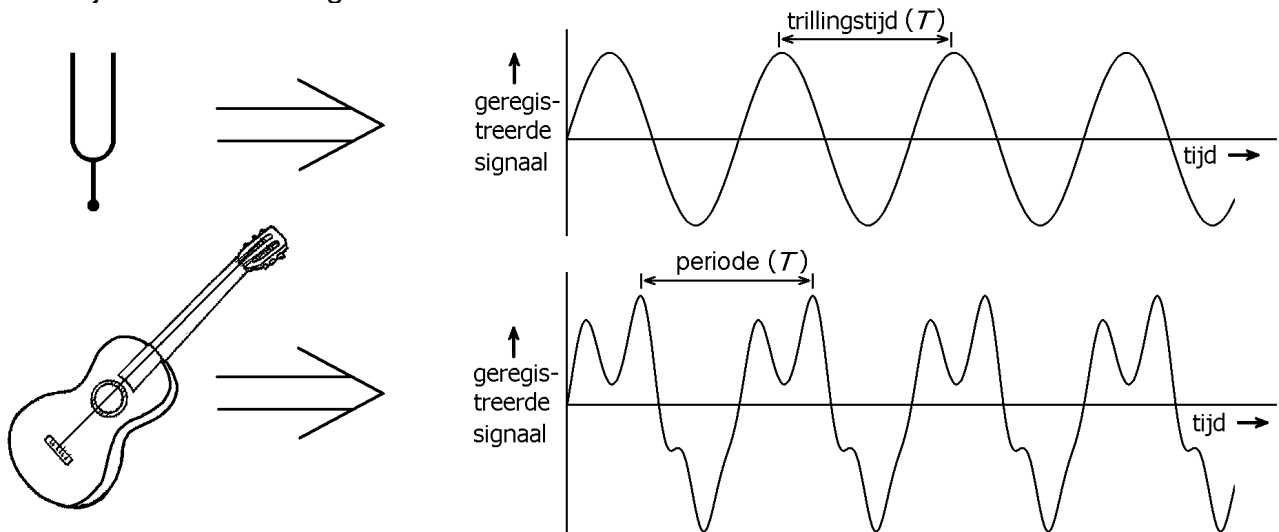
## Harmonische trilling

Het op en neer bewegende blokje in het bovenstaande voorbeeld trilt 'harmonisch'. Een harmonische trilling is nauw verwant aan een cirkelbeweging. Als je de cirkelbeweging van een voorwerp namelijk op een plat vlak projecteert, trilt de schaduw harmonisch. Zie bijvoorbeeld de figuur hiernaast waarin de schaduw van voorwerp A harmonisch op en neer beweegt.



## Periodieke en harmonische signalen

Een trillend voorwerp kan de omringende lucht in trilling brengen en produceert dan geluidsgolven. We spreken in dit verband van een geluidsbron. De ontvanger neemt dan een geluidssignaal waar. Zie bijvoorbeeld de volgende figuren, waarbij het geluid van een trillende stemvork en het geluid van een trillende gitaarsnaar wordt weergegeven. Hierbij is de tijd horizontaal uitgezet.



Beide signalen zijn periodiek. Dat wil zeggen dat ze zich na een bepaalde tijd steeds herhalen. Verder trilt de stemvork harmonisch; de gitaarsnaar doet dat niet. Het signaal van de gitaarsnaar vertoont namelijk allerlei bobbeling die bij een harmonische trilling ontbreken. In de akoestiek zijn harmonische trillingen belangrijk om de volgende reden. **Geluidsbronnen die harmonisch trillen, geven een zuivere toon.**

## Trillingstijd en frequentie

Bij harmonische trillingen spreken we van de trillingstijd  $T$ . Hieronder verstaan we de tijdsduur van één trilling. Als het signaal periodiek is maar niet harmonisch spreken we liever over de periode  $T$ . Een algemene omschrijving hiervan is de volgende.

**De periode is de tijd waarna het signaal zich herhaalt.**

Naast de trillingstijd (of periode) gebruiken we de grootheid 'frequentie'.

**Onder de frequentie verstaan we het aantal trillingen per eenheid van tijd (seconde). Het symbool van frequentie is  $f$  en de eenheid is hertz (afgekort Hz).**

In het vervolg gebruiken we de frequentie alleen bij harmonische trillingen.

Het verband tussen de frequentie en de trillingstijd is:

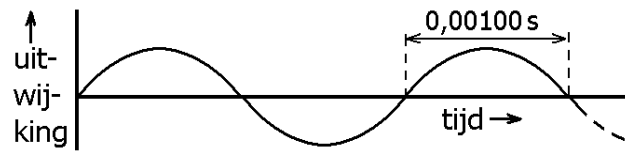
$$f = \frac{1}{T}$$

### Voorbeeld

Stel bijvoorbeeld dat je een stemvork aanslaat en dat deze trilt volgens het diagram hiernaast. Voor de trillingstijd geldt:  $T = 0,00200$  s.

Voor de frequentie geldt dan:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,00200 \text{ s}} = 500 \text{ Hz} .$$



# Opgaven bij § 1

## Opgave 1

Wat verstaan we onder de uitwijking van een voorwerp dat trilt?

## Opgave 2

Geef een ander woord voor de trillingstijd.

## Opgave 3

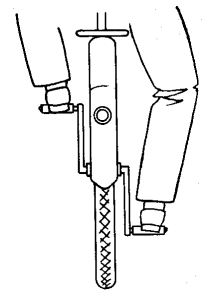
Geef het verband tussen de frequentie en de trillingstijd.

## Opgave 4

Geluidsbronnen brengen de lucht in trilling. Als deze trilling je trommelvlies bereikt, ervaar je dit als geluid. Wat kun je over het geluid zeggen als de geluidsbron harmonisch trilt?

## Opgave 5

In de figuur hiernaast fietst een man ver voor je met een constante snelheid. Je let op één van de voeten van de fietser. Welke ogenschijnlijke beweging maakt deze voet ten opzichte van de (stilstaande) achtergrond?



## Opgave 6

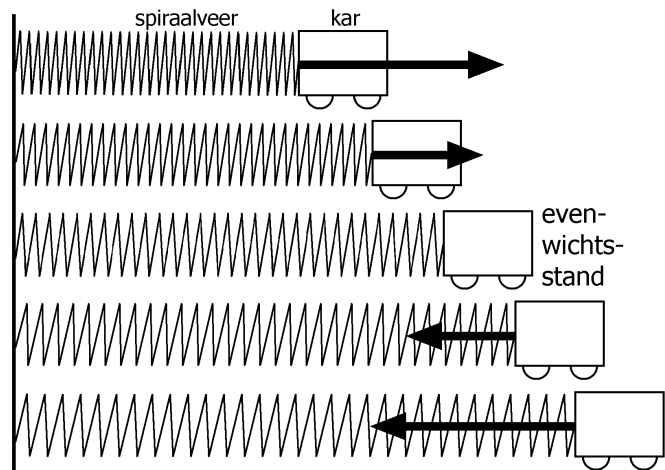
Een stemvork trilt met een trillingstijd van 2,27 ms. Hierbij is ms milliseconde. Bereken de bijbehorende frequentie.

## Opgave 7

Het menselijk oor kan tonen waarnemen met frequenties tussen 20 Hz en 20 kHz. Bereken de trillingstijden die daarbij horen.

### Opgave 8

In de leestekst wordt een harmonische trilling van een voorwerp in verband gebracht met een cirkelbeweging. Er is echter nog een tweede kenmerk van een harmonische trilling, namelijk dat de resulterende kracht op het trillende voorwerp evenredig is aan de uitwijking en dat deze kracht steeds in de richting van de evenwichtsstand wijst. De figuur hiernaast illustreert dit. In de figuur beweegt een kar in horizontale richting heen en weer. In elke situatie geeft de pijl de resulterende kracht op de kar weer.



Stel dat de kar op een bepaald moment 30 cm rechts van de evenwichtsstand zit en dat de resulterende kracht op de kar 23 N bedraagt.

a.  
In welke richting wijst de resulterende kracht dan?

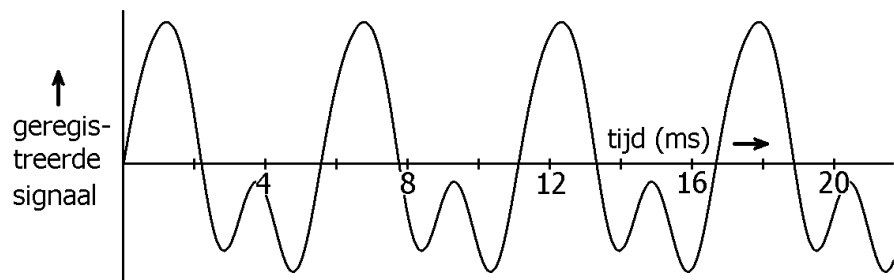
Stel dat de kar even later 40 cm links van de evenwichtsstand zit.

b.  
In welke richting wijst de resulterende kracht dan? Bereken bovendien hoe groot de resulterende kracht dan is.

### Opgave 9

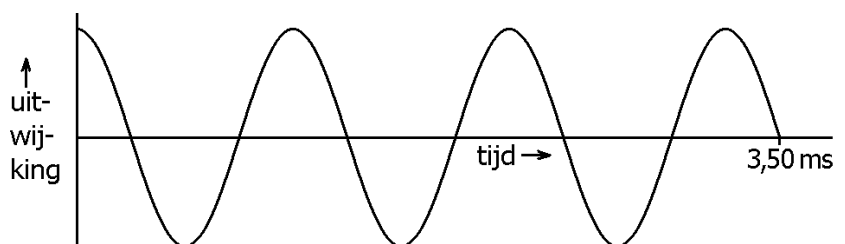
De figuur hiernaast toont de registratie van een geluidssignaal. Bepaal zo nauwkeurig mogelijk de periode (trillingstijd).

Tip: bepaal eerst hoe lang drie periodes duren. Verder geldt: ms = milliseconde.



### Opgave 10

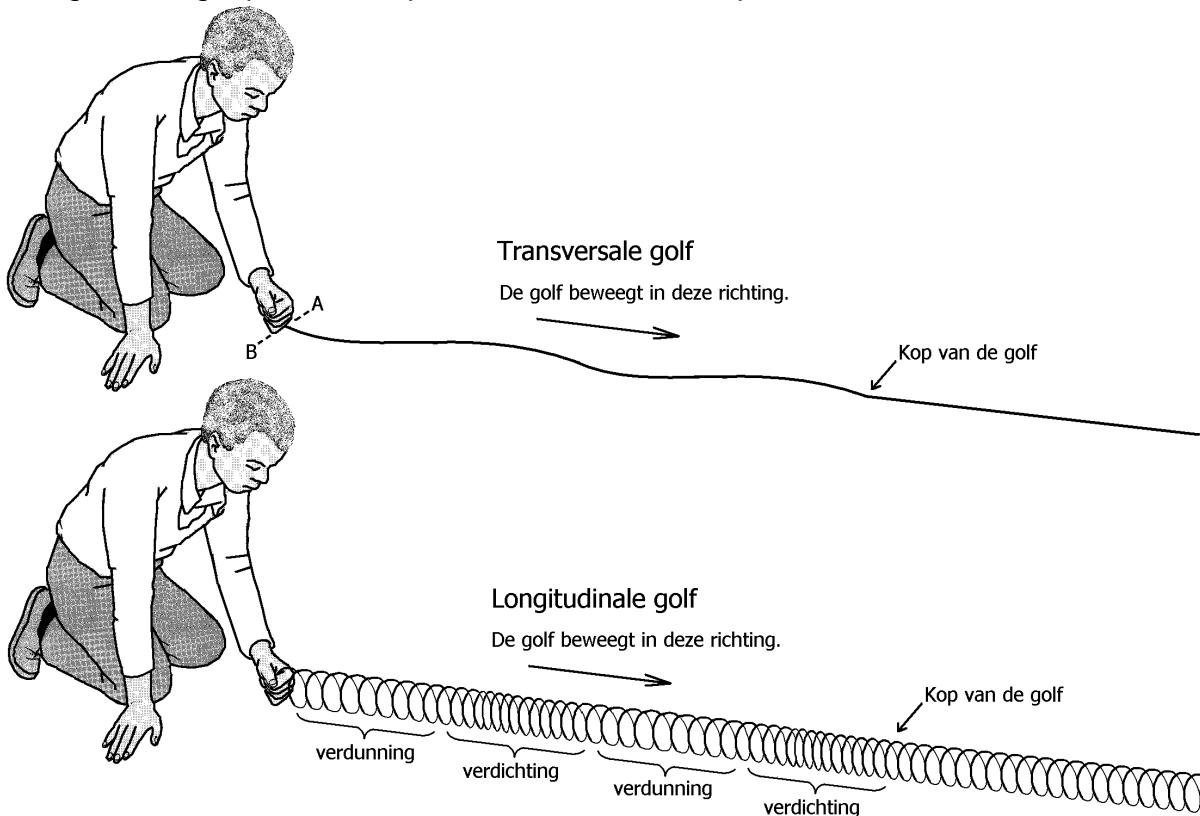
In de figuur hiernaast is een harmonische trilling afgebeeld. Bepaal de frequentie van de trilling.



## § 2 Transversale en longitudinale golven

### Voorbeelden van golven

In de onderstaande figuren is een man op een gladde vloer geknield. In de bovenste figuur beweegt hij het uiteinde van een koord heen en weer langs de denkbeeldige lijn AB (gestippeld in de figuur). In de onderste figuur beweegt hij het uiteinde van een spiraalveer afwisselend naar voren en naar achteren. Zowel in het koord als in de veer ontstaat er een golf. Het golfpatroon verplaatst zich met een bepaalde snelheid van de man af.



Zoals we hierna zullen zien, spreken we bij het koord van een transversale golf. Hierbij zijn golfbergen en golfdalen te onderscheiden. Bij de veer spreken we van een longitudinale golf. Hierin zitten gebieden waarin de veer is ingedrukt en andere gebieden waarin de veer is uitgerekt. We spreken ook wel van verdichtingen en verdunningen.

### De golven nader bekeken

In de bovenstaande voorbeelden moeten we twee soorten bewegingen onderscheiden. De eerste soort beweging is de beweging van de golf als geheel. We zeggen dat de golf zich 'voortplant'. Het golfpatroon beweegt met een constante snelheid van de bron (de hand) af. Ook de kop van de golf (dit is het voorste punt van de golf), beweegt met deze snelheid vooruit.

Bij de tweede soort beweging gaat het om de afzonderlijke stukjes koord of om de afzonderlijke windingen van de veer. De trilling die zij uitvoeren is een kopie van de trilling van de bron; alleen wel met een tijdvertraging. Hoe verder het stukje koord of de winding van de bron af zit, des te groter de tijdvertraging is. De frequentie waarmee een stukje koord of een winding trilt, is dus gelijk aan de frequentie waarmee de hand heen en weer gaat.

Na de voorgaande tekst is de vraag wát zich nu eigenlijk bij een golf voortplant, gemakkelijk te beantwoorden. Niet de stof zelf, maar wel de manier waarop de stof (zoals een stukje koord of een winding) trilt!

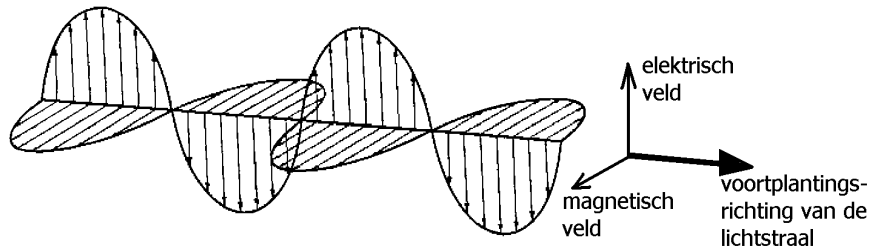
## Transversale en longitudinale golven

De golf door het koord noemen we een transversale golf. Kenmerkend bij een transversale golf is dat de trillingsrichting loodrecht staat op de bewegingsrichting van de golf. Ter verduidelijking: in het eerste voorbeeld voerde de hand een trilling uit langs de denkbeeldige lijn AB. Deze lijn staat *loodrecht* op de bewegingsrichting van de golf.

De golf door de spiraalveer noemen we een longitudinale golf. Kenmerkend bij een longitudinale golf is dat de trillingsrichting samenvalt met de bewegingsrichting van de golf. Ter verduidelijking: in het tweede voorbeeld voerde de hand een trilling uit in de *lengterichting* van de spiraalveer.

Golven hebben niet altijd een stof nodig. Dit geldt met name voor elektromagnetische golven (afgekort EM golven) zoals licht. EM golven bestaan uit elektrische en magnetische velden die zich met grote snelheid door de ruimte verplaatsen.

De figuur hiernaast geeft een lichtstraal (beter gezegd: een smalle lichtbundel) schematisch weer. De elektrische en magnetische velden staan loodrecht op elkaar en ook loodrecht op de



voortplantingsrichting van de golf. Daarom is licht een transversale golf.

Geluidsgolven zijn longitudinale golven want de luchtdeeltjes trillen in dezelfde richting als de richting waar het geluid naar toe gaat. Bij geluid is er dan ook sprake van verdichtingen en verdunningen van de lucht.

## Voortplantingssnelheid

Onder de voortplantingssnelheid of golfsnelheid verstaan we de snelheid waarmee een golf zich voortplant. In de bovenstaande voorbeelden was dit de snelheid waarmee het golfpatroon zich door het koord en veer bewoog en natuurlijk ook de snelheid van de kop van de golf. Voor de voortplantingssnelheid  $v$  geldt:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Hierin is  $\Delta s$  de afgelegde afstand van de golf en  $\Delta t$  de bijbehorende tijdsduur.

Neem het volgende rekenvoorbeeld.

De voortplantingssnelheid van geluid in lucht (20 °C) bedraagt 343 m/s.

Het onweert op een kilometer afstand. Op een bepaald moment bliksemt het.

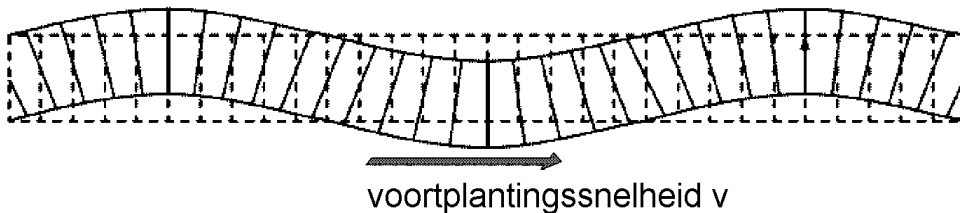
De donder van de bliksem hoor je na:

$$\Delta t = \frac{\Delta s}{v} = \frac{1000 \text{ m}}{343 \text{ m/s}} = 2,92 \text{ s.}$$



Het blijkt dat de voortplantingssnelheid in veel gevallen onafhankelijk is van de frequentie waarmee de trillingsbron trilt. Zo is de voortplantingssnelheid door een strak gespannen snaar of koord (binnen zekere grenzen) onafhankelijk van de frequentie waarmee de bron trilt. Ook gaat geluid even snel bij lage en hoge tonen. Ten slotte geldt dat alle EM golven in vacuüm met dezelfde snelheid gaan, namelijk 300 duizend kilometer per seconde.

Als de voortplantingssnelheid wel van de frequentie van de bron afhangt, spreken we van 'dispersie'. Twee voorbeelden hiervan zijn 1) oppervlaktegolven in vloeistoffen en 2) transversale golven in een metalen staaf. Bij oppervlaktegolven neemt de voortplantingssnelheid toe bij AFnemende frequentie (bij voldoende diepte). Zo is de voortplantingssnelheid van zeedeining groter dan de voortplantingssnelheid van golven die door schepen zijn opgewekt. Zeedeining ontstaat namelijk op grote afstand door harde wind en gaat het wateroppervlak in een laag tempo op en neer. Bij transversale golven door een staaf vindt er buiging van de staaf plaats waarbij de staaf binnen een dwarsdoorsnede aan de ene kant wordt ingedrukt en aan de andere kant wordt uitgerekt. Zie de onderstaande figuur. Bij deze buigingsgolven neemt de voortplantingssnelheid toe bij TOEnemende frequentie.



# Opgaven bij § 2

## Opgave 1

Wat is het kenmerk van een transversale golf?

Wat is het kenmerk van een longitudinale golf?

## Opgave 2

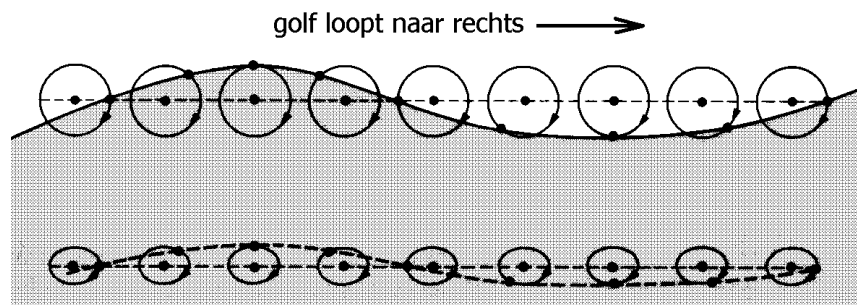
Leg uit waarom elektromagnetische golven transversaal zijn.

## Opgave 3

Geef de formule voor de voortplantingsnelheid van een golf.

## Opgave 4

In de figuur hiernaast is de momentopname van een oppervlaktegolf in water afgebeeld. De afzonderlijke waterdeeltjes voeren een rondgaande beweging uit. Deze beweging is op twee waterhoogtes getekend.



Welke van de volgende beweringen is juist?

- a. De golf is zuiver transversaal.
- b. De golf is zuiver longitudinaal.
- c. De golf is een combinatie van transversaal en longitudinaal.

Leg je keuze kort uit.

## Opgave 5

Jan schreeuwt naar Piet die aan de overkant van de straat staat. Het geluid doet er 64,4 ms over om Piet te bereiken. De afstand tussen Jan en Piet bedraagt 22,3 m. Bereken de geluidssnelheid.

### Opgave 6

Bij aardbevingen worden er in de ondergrond twee soorten golven opgewekt, namelijk P-golven en S-golven. P-golven zijn longitudinale golven en S-golven transversale golven. P-golven hebben een grotere voortplantingssnelheid dan S-golven. Daarom komen P-golven bij een aardbeving eerder bij een seismisch meetstation aan dan S-golven. De letters P en S zijn dan ook afkortingen voor 'primaire' en 'secundaire'.

Stel dat de afstand tussen het hypocentrum (de trillingsbron) en het meetstation 100 km is. Stel verder dat de snelheden van de P- en S-golven 6,0 km/s en 3,5 km/s zijn. Bereken dan hoeveel tijd de P-golven en de S-golven nodig hebben om het meetstation te bereiken.

### Opgave 7

De voortplantingssnelheid van transversale golven in een koord kan berekend worden met de volgende formule.

$$v = \sqrt{\frac{F_s}{m_L}}$$

Hierin is  $F_s$  de spankracht in het koord en  $m_L$  de massa per lengte-eenheid van het koord.

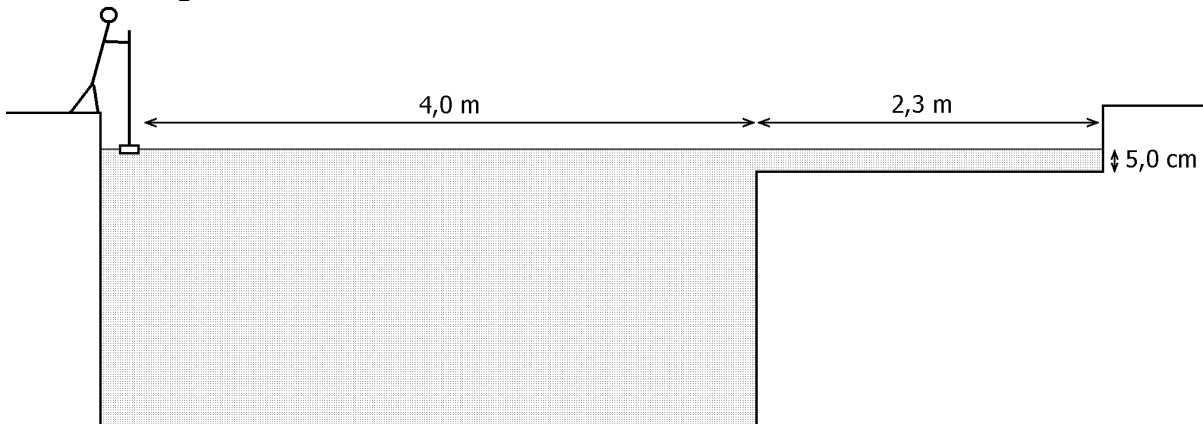
a.  
Leg uit hoe je aan de bovenstaande formule kunt zien dat de voortplantingssnelheid onafhankelijk van de frequentie is.

Een bepaald soort koord heeft per meter een massa van 0,040 kg. Dus geldt  $m_L = 0,040$  kg/m. De spankracht in het koord bedraagt 28 N.

b.  
Bereken de afstand die een golf aflegt in 0,050 s.

### Opgave 8

In de onderstaande figuur is een zwembad afgebeeld. Het bad heeft een diep gedeelte en een ondiep gedeelte. Enige afmetingen zijn in de figuur aangegeven. Bonne brengt met een bezem het wateroppervlak in beweging. Hij beweegt de bezem op en neer. Hierdoor ontstaan er golven in het water.



In het diepe gedeelte geldt voor de voortplantingssnelheid van de golven:

$$v = \frac{g}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

Hierbij is  $g$  de gravitatieversnelling ( $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ ) en  $f$  de frequentie.

a.

Leg stapsgewijs uit dat golven met een grote frequentie meer tijd nodig hebben om het ondiepe gedeelte van het zwembad te bereiken dan golven met een kleine frequentie.

In het ondiepe gedeelte geldt voor de voortplantingssnelheid van de golven:

$$v = \sqrt{g \cdot h}$$

Hierbij is  $h$  de diepte van het water.

Bonne beweegt de bezem met een frequentie van 2,0 Hz op en neer.

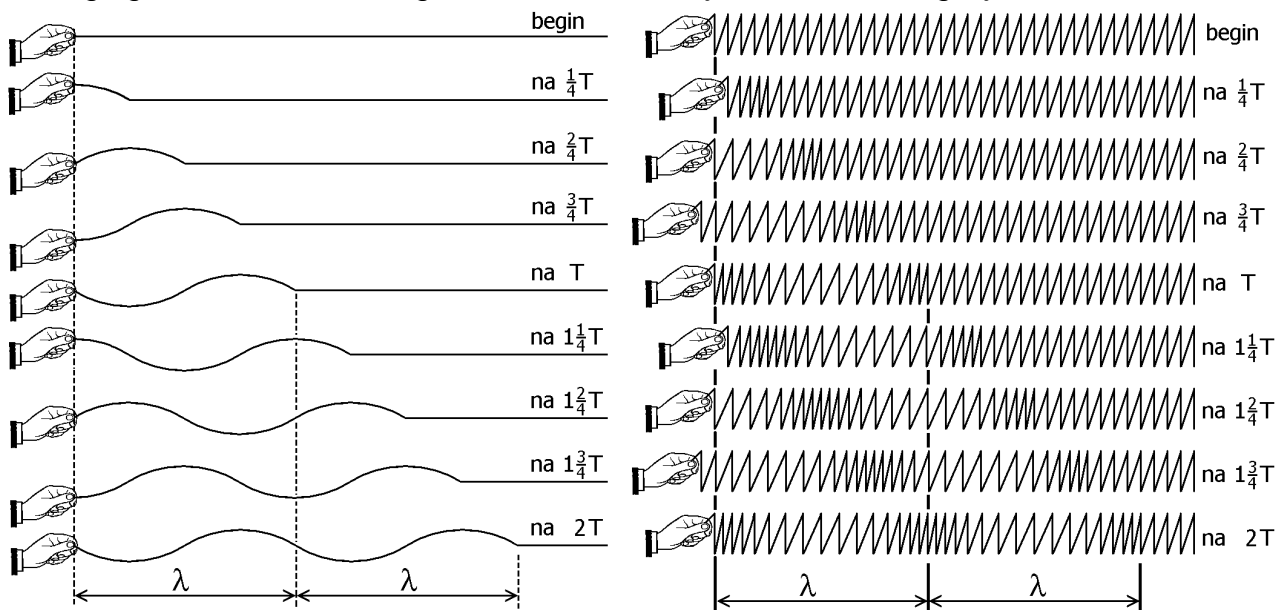
b.

Bereken hoe lang het duurt voordat de door de bezem opgewekte golven de rechter kant van het ondiepe bassin hebben bereikt.

## § 3 Golflengte

### Golflengte

In de figuren hieronder zijn het koord en de spiraalveer uit de vorige paragraaf op een aantal tijdstippen getekend. In het koord loopt een transversale golf (met golfbergen en golfdalen) en in de spiraalveer een longitudinale golf (met verdichtingen en verdunningen). De bovenste stand geeft de beginsituatie weer. De hand staat dan op het punt om in beweging te komen. Elke volgende stand hoort bij een kwart trillingstijd later.



In het koord begint de golf met een berg, gevolgd door een dal. In de veer begint de golf met een verdichting, gevolgd door een verdunning. Duidelijk is te zien dat het golfpatroon in elke volgende momentopname een stukje verder naar rechts is opgeschoven. In de rest van deze paragraaf gaan we ervan uit dat de bron van de golf (de hand in de bovenstaande figuur) harmonisch trilt. De afzonderlijke stukjes touw en/of afzonderlijke windingen trillen dan ook harmonisch.

Bij golven speelt de golflengte een belangrijke rol. Zie de volgende definitie.

**Onder de golflengte verstaan we de afstand die de golf in één trillingstijd aflegt.**

In één golflengte bevindt zich een golfberg en een golfdal (bij een transversale golf) of een verdichting en een verdunning (bij een longitudinale golf). Het symbool voor golflengte is  $\lambda$  (de Griekse letter labda). In de bovenstaande figuren is de golflengte aangegeven.

### Verband tussen voortplantingsnelheid, frequentie en golflengte

De voortplantingsnelheid is gelijk aan de afgelegde afstand gedeeld door de benodigde tijd. Als we voor de tijd de trillingstijd (symbool  $T$ ) nemen, wordt de afstand per definitie de golflengte. Dit geeft dan de volgende formule voor de voortplantingsnelheid (symbool  $v$ ).

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

Omdat de frequentie (symbool  $f$ ) gelijk is aan één gedeeld door de trillingstijd, kunnen we de formule voor de voortplantingssnelheid ook schrijven in de volgende vorm.

$$v = f \cdot \lambda$$

De voortplantingssnelheid is in veel gevallen onafhankelijk van de frequentie. Dat betekent dat als de frequentie groter wordt, de golflengte automatisch kleiner wordt. Zie het volgende rekenvoorbeeld.

### Rekenvoorbeeld

Stel dat de voortplantingssnelheid in het koord 3,0 m/s is.

Als de bron trilt met een frequentie van 1,0 Hz, volgt de golflengte uit de volgende berekening.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,0 \text{ m/s}}{1,0 \text{ Hz}} = 3,0 \text{ m}$$

Als de bron echter trilt met een frequentie van 2,0 Hz, geldt voor de golflengte het volgende.

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3,0 \text{ m/s}}{2,0 \text{ Hz}} = 1,5 \text{ m}$$

### Samenvatting

In de onderstaande tabel staan de van belang zijnde grootheden en eenheden.

| Grootheden                   | Eenheden                |
|------------------------------|-------------------------|
| $T$ = trillingstijd          | s = seconde             |
| $f$ = frequentie             | Hz = hertz              |
| $v$ = voortplantingssnelheid | m/s = meter per seconde |
| $\lambda$ = golflengte       | m = meter               |

De trillingstijd is de tijd die nodig is voor één trilling.

De frequentie is het aantal trillingen per eenheid van tijd.

De voortplantingssnelheid is de snelheid waarmee de golf zich verplaatst.

De golflengte is de afstand die de golf aflegt in één trillingstijd.

In veel gevallen is de voortplantingssnelheid onafhankelijk van de frequentie. In dat geval geldt dat bij een verdubbeling van de frequentie, de golflengte gehalveerd wordt.

Het verband tussen de bovenstaande grootheden wordt gegeven door de onderstaande formules.

$$f = \frac{1}{T} \quad \text{en} \quad v = f \cdot \lambda$$

# Opgaven bij § 3

## Opgave 1

Wat verstaan we onder de golflengte?

## Opgave 2

Geef het verband in formulevorm tussen de voortplantingssnelheid, frequentie en golflengte.

## Opgave 3

De geluidssnelheid in lucht bij 20 °C bedraagt 343 m/s.  
Bereken de golflengte bij een toon met een frequentie van 100 Hz.

Doe hetzelfde bij een toon met een frequentie van 3000 Hz.

## Opgave 4

Teartse brengt een snaar van zijn gitaar in trilling. De snaar trilt met een frequentie van 440 Hz. De golflengte bedraagt 1,50 m. Bereken de voortplantingssnelheid van golven door de snaar.

## Opgave 5

Een radiozender straalt radiogolven uit met een golflengte van 600 m. Radiogolven zijn elektromagnetische golven en die hebben in vacuüm altijd een voortplantingssnelheid van 300 Mm/s. Hierbij is Mm de afkorting van megameter (= miljoen meter).  
Bereken de frequentie van de uitgezonden radiostraling.

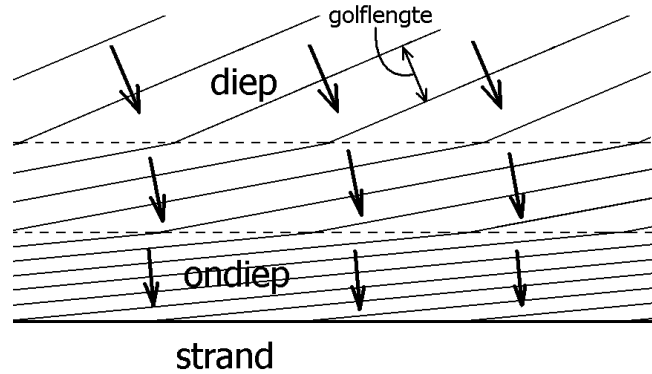
## Opgave 6

Een luidspreker is op een toongenerator aangesloten en wekt een zuivere toon op.  
Verandert de voortplantingssnelheid als de frequentie van de toon verdubbeld wordt? Zo ja, hoe?

Verandert de golflengte als de frequentie van de toon verdubbeld wordt? Zo ja, hoe?

### Opgave 7

In de figuur hiernaast is een stukje strand en zee getekend (bovenaanzicht). Om de figuur simpel te houden, heeft het water slechts drie dieptes. Vlak bij het strand is het water het ondiepst. De doorgetrokken lijnen stellen de golven voor. De pijlen geven de bewegingsrichting van de golven weer. In de figuur is het 'breken' van de golven op het strand niet getekend.



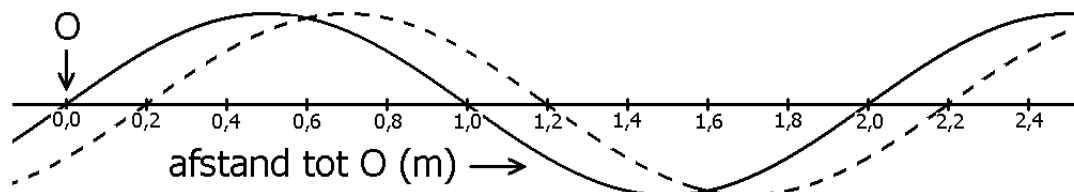
Uit de figuur blijkt onder andere dat de golven een andere richting krijgen als het water ondieper wordt. De golven die het strand bereiken, zijn bijna evenwijdig aan het strand. Dit zie je in de praktijk ook als je langs het strand loopt, alleen sta je er waarschijnlijk niet bij stil. Uit de figuur blijkt ook dat de golflengte (dit is de afstand tussen de golven) kleiner wordt bij afnemende diepte.

De verandering van de golfrichting en van de golflengte worden veroorzaakt doordat de voortplantingssnelheid van de golven kleiner is bij ondiep water. Vlakbij het strand is het water het ondiepst en is de voortplantingssnelheid dus het kleinst. Overigens heeft de waterdiepte geen invloed op de frequentie waarmee het water beweegt.

En dan eindelijk de vraag! Stel dat een golf in diep water een voortplantingssnelheid heeft van 7,2 m/s en een golflengte van 3,3 m. Bereken dan de golflengte als de voortplantingssnelheid is gedaald naar 3,1 m/s.

### Opgave 8

In de onderstaande figuur is de stand van een lopende oppervlaktegolf in water afgebeeld op twee tijdstippen. De gestippelde golfvorm hoort bij het tweede tijdstip. Het tijdsverschil is 0,1 s. Langs de horizontale as is de afstand ten opzichte van een willekeurig gekozen punt O (= oorsprong) uitgezet.

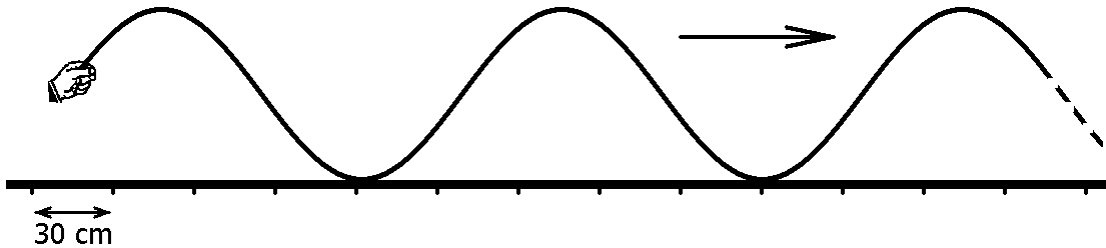


- Bepaal uit de figuur de golflengte van de golf.
- Bepaal de voortplantingssnelheid.
- Bereken de frequentie waarmee het wateroppervlak op en neer beweegt.



### Opgave 9

In de onderstaande figuur laat iemand het uiteinde van een touw een harmonische trilling met een frequentie van 2,0 Hz uitvoeren. Hierdoor ontstaat er een lopende golf in het touw. Langs de grond is een schaalverdeling aangebracht. De afstand tussen twee streepjes is 30 cm.



Teken in de figuur de stand van het touw na 0,10 s. Schrijf je berekeningen hieronder op.

### Opgave 10

De voortplantingssnelheid van oppervlaktegolven in diep water kan men berekenen met de volgende formule:

$$v = \frac{g}{2 \cdot \pi \cdot f}$$

Hierbij is  $g$  de gravitatieversnelling en  $f$  de frequentie.

Vaak is echter de golflengte  $\lambda$  bekend in plaats van de frequentie. Dan is de volgende formule handiger.

$$v = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}}$$

Bewijs de tweede formule, uitgaande van de eerste formule.

## § 4 Lopende en staande golven

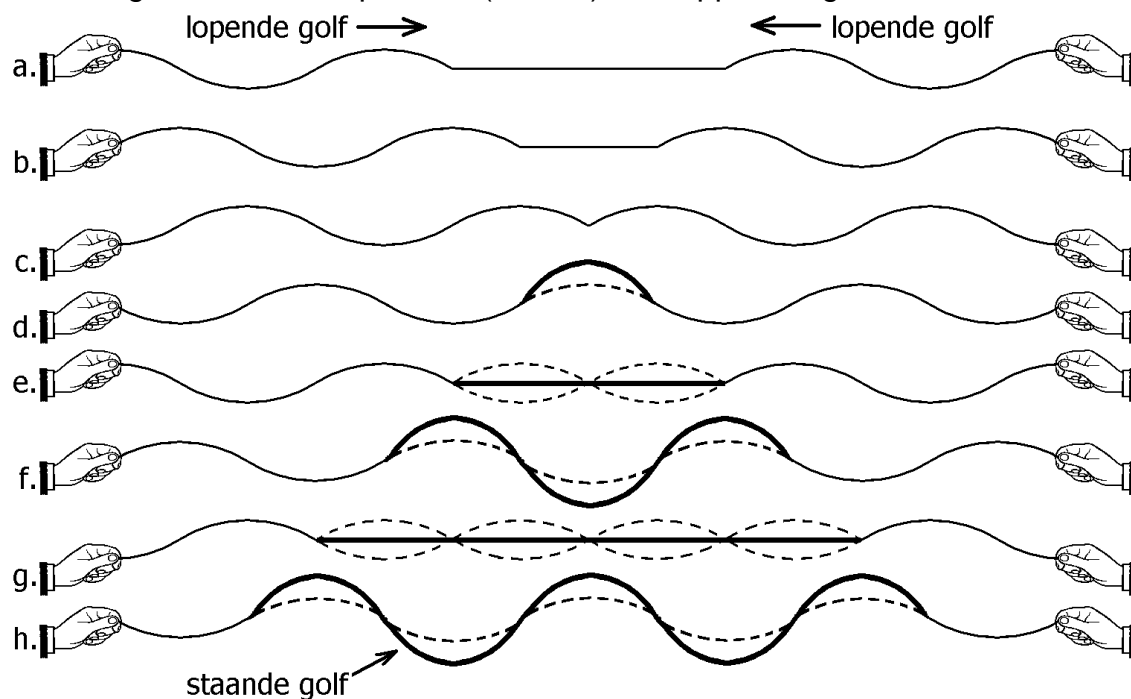
### Lopende golven

Een lopende golf is een golf waarvan het golfpatroon van de bron af beweegt. Bij alle voorbeelden tot nu toe ging het om lopende golven. Lopende golven kunnen zowel transversaal als longitudinaal zijn. In de volgende theorie maken we kennis met staande golven.

### Staande golf in een koord (transversale golf)

In de onderstaande figuur wordt van twee kanten een (lopende) golf in een koord opgewekt. De linker en rechter bron (handen) brengen de koorduiteinden in een verticale harmonische trilling met dezelfde frequentie en amplitude. Er zijn acht momentopnames van het koord afgebeeld. De tijd tussen twee momentopnames is een kwart trillingstijd.

In de eerste twee momentopnames (a en b) hebben beide golven elkaar nog niet bereikt. In momentopname c hebben de voorkanten (koppen) van beide golven elkaar net bereikt. In de volgende momentopnames (d t/m h) overlappen de golven elkaar.

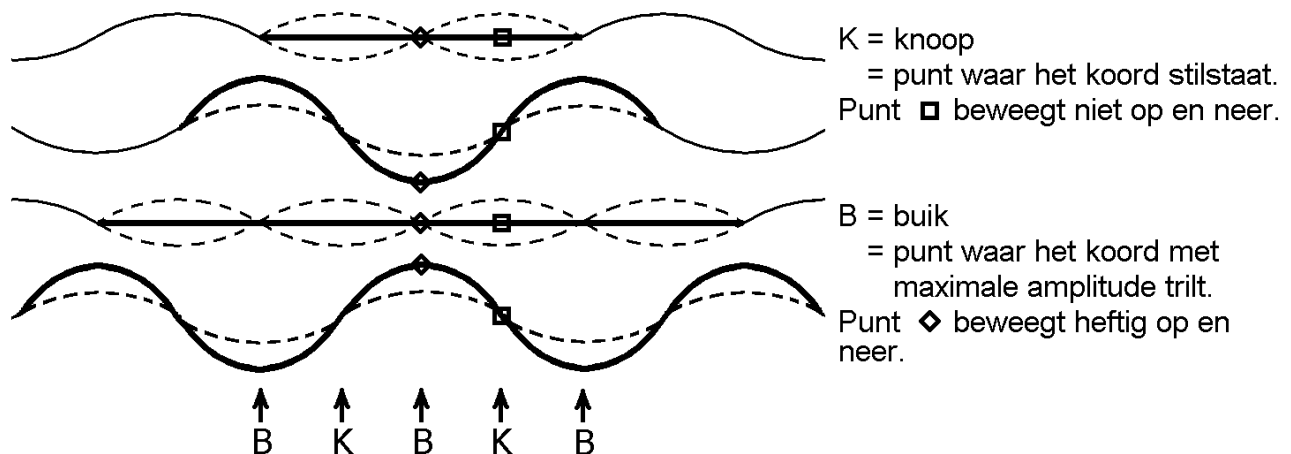


Op de plaatsen waar de twee golven elkaar overlappen, zijn de oorspronkelijke golven gestippeld weergegeven. De uiteindelijke stand van het koord is met een dikke lijn getekend. Deze dikke lijn kun je vinden door de oorspronkelijke golven te combineren. In momentopnames d, f en h versterken de uitwijkingen elkaar en is de uiteindelijke uitwijking dus groter geworden. In momentopnames e en g werken de uitwijkingen elkaar tegen en is de uiteindelijke uitwijking nul.

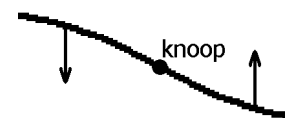
In het gebied waar de twee oorspronkelijke golven elkaar overlappen is er geen sprake meer van een lopende golf maar van een 'staande golf'. Staande golven hebben een ander karakter dan lopende golven. Bij een lopende golf verplaatst het hele golfpatroon zich in een bepaalde richting langs het koord. Bij een staande golf kun je geen bewegingsrichting van de golf aanwijzen.

## Knopen en buiken

Bij een staande golf zijn er bepaalde punten van het koord die helemaal niet trillen en andere punten van het koord die juist met een maximale amplitude trillen. De eerste soort punten noemen we 'knopen', de tweede soort punten 'buiken'. In de onderstaande figuur is een deel van de vorige figuur overgenomen en zijn een aantal knopen (K) en buiken (B) aangegeven. Het vierkantje (op vier tijdstippen getekend!) stelt een klein koordstukje bij een knoop voor. Ga na dat dit vierkantje niet op en neer beweegt. Het ruitje stelt een klein koordstukje bij een buik voor. Ga na dat dit ruitje juist wel op en neer beweegt. Ga tenslotte na dat de afstand tussen een buik en een knoop een kwart golflengte is.



De punten van het koord aan weerszijden van een knoop trillen in tegenfase. Dat wil zeggen dat als het koord aan de ene kant van de knoop omlaag gaat, het koord aan de andere kant omhoog gaat. Zie de figuur hiernaast. Alle punten van het koord gaan op hetzelfde moment door de evenwichtsstand.

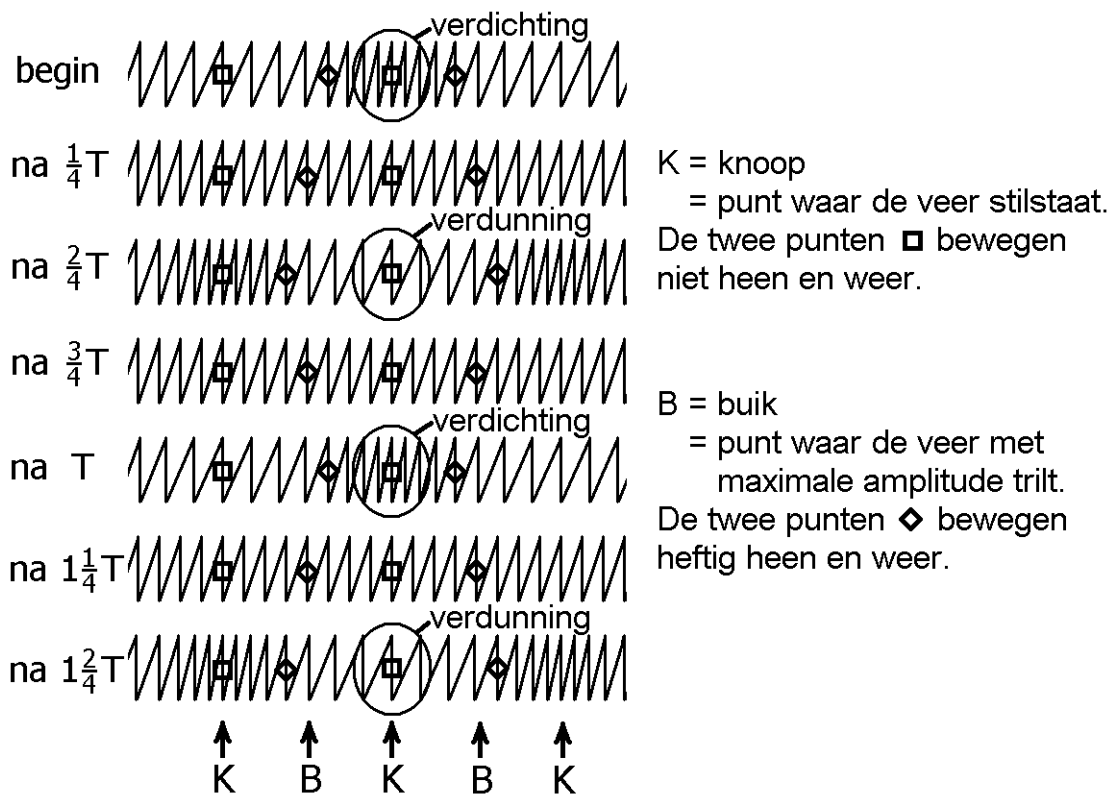


## Staaende golf in een veer (longitudinale golf)

In het voorgaande keken we naar een transversale staande golf in een koord. Op dezelfde manier kan er een longitudinale staande golf in een spiraalveer optreden. Deze ontstaat weer als er twee lopende golven tegen elkaar in lopen. In de volgende figuur is zo'n staande golf afgebeeld. De oorspronkelijke lopende golven zijn niet getoond. In de figuur is op verschillende tijdstippen de stand van de veer afgebeeld. De tijd tussen twee momentopnames is steeds een kwart trillingstijd.

Net als bij de transversale golf kun je knopen en buiken in de spiraalveer aanwijzen. Bij een knoop staan de windingen van de spiraalveer stil en bij een buik bewegen de windingen met een maximale amplitude heen en weer. De twee vierkantjes (op zeven tijdstippen getekend) stellen ieder een winding bij een knoop voor. Ga na dat deze vierkantjes niet bewegen. De twee ruitjes stellen ieder een winding bij een buik voor. Ga na dat deze ruitjes juist wel heen en weer bewegen.

Terwijl de windingen bij een buik heen en weer bewegen, treden er daar geen verdichtingen en verdunningen op. Deze treden juist wel bij een knoop op. Dit lijkt vreemd omdat de windingen bij een knoop stilstaan. Dat is ook zo, maar dat geldt niet voor de windingen aan de linker- en rechterkant van een knoop! Omdat de windingen aan weerszijden van een knoop in tegenfase trillen, wordt de veer bij een knoop dus ingedrukt of juist uitgerekt. Ga dat in de figuur na.



Zoals we in het vervolg zullen zien, kan er ook in lucht een staande golf optreden. Bij een knoop zal de lucht afwisselend worden ingedrukt (verdichting) en worden uitgerekt (verdunning). Hierdoor ontstaan er snelle veranderingen van de luchtdruk. In tegenstelling tot een knoop zijn de drukvariaties bij een buik verwaarloosbaar klein.

## Samenvatting

Als een trillingsbron een golf in een medium (zoals een koord of een spiraalveer) opwekt, beweegt het golfpatroon van de bron weg. We spreken dan van een lopende golf.

Als twee lopende golven (met gelijke frequenties) tegen elkaar in lopen, ontstaat er een staande golf. Een staande golf kan zowel transversaal als longitudinaal zijn.

Voor zowel lopende als staande golven kunnen we het volgende opmerken.

- Een staande golf bevat een aantal knopen en buiken.
- Een knoop is een punt waar het medium niet trilt.
- Een buik is een punt waar het medium met een maximale amplitude trilt.
- De afstand tussen twee knopen is een halve golflengte (korte notatie:  $KK = \lambda/2$ ).
- De afstand tussen twee buiken is een halve golflengte (korte notatie:  $BB = \lambda/2$ ).
- De afstand tussen een knoop en een buik is een kwart golflengte (korte notatie:  $KB = \lambda/4$ ).
- Aan weerskanten van een knoop trilt het medium in tegenfase.

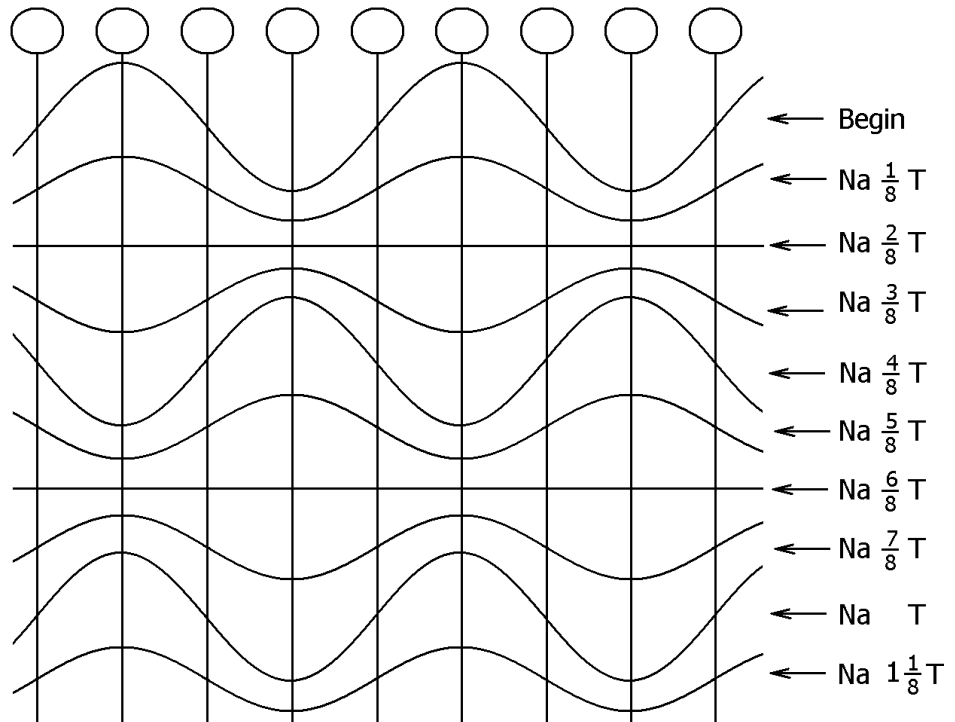
Voor een longitudinale staande golf kunnen we bovendien het volgende opmerken.

- Bij de knopen vinden er afwisselend verdichtingen en verdunningen plaats. Bij een staande golf in lucht wordt de lucht op die plaatsen afwisselend samengeperst en uitgerekt.
- Bij de buiken vinden er geen verdichtingen en verdunningen plaats.

# Opgaven bij § 4

## Opgave 1

In de figuur hiernaast bevindt een staande golf zich in een koord. Verschillende standen van het koord zijn onder elkaar afgebeeld. De tijd tussen twee opeenvolgende standen is steeds een achtste trillingstijd.



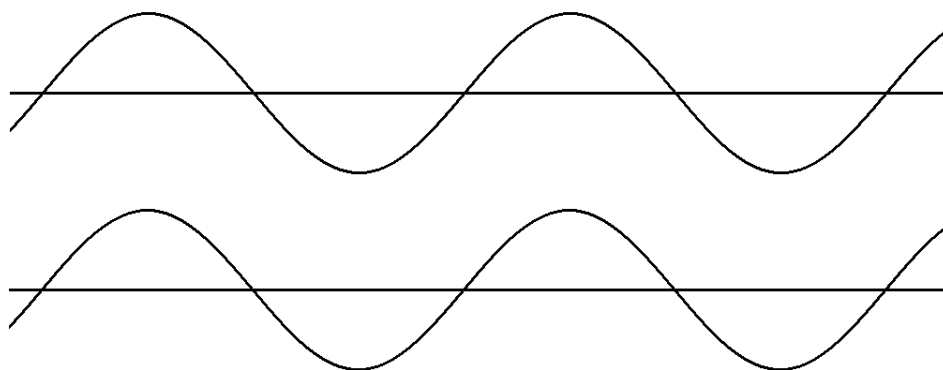
a. Schrijf een K of een B in de rondjes boven de verticale strepen om aan te geven of er op die plek een knoop of een buik zit.

b. Op welke tijdstippen bevinden de punten van het koord zich in hun uiterste stand?

c. Op welke tijdstippen gaan de (alle) punten van het koord door de evenwichtsstand?

## Opgave 2

Hiernaast zijn twee golven afgebeeld op een bepaald tijdstip. De bovenste golf is een lopende golf die naar rechts gaat. De onderste golf is een staande golf die net zijn uiterste stand heeft bereikt.



Teken in beide figuren het golfpatroon dat zich een kwart trillingstijd later voordoet. Misschien kunnen de volgende aanwijzingen helpen.

Bij de lopende golf verschuift het golfpatroon alleen in horizontale richting.  
Bij de staande golf verandert de hoogte van de toppen en van de dalen.

### Opgave 3

Hoe groot is de afstand tussen twee knopen, uitgedrukt in de golflengte?

Hoe groot is de afstand tussen twee buiken, uitgedrukt in de golflengte?

### Opgave 4

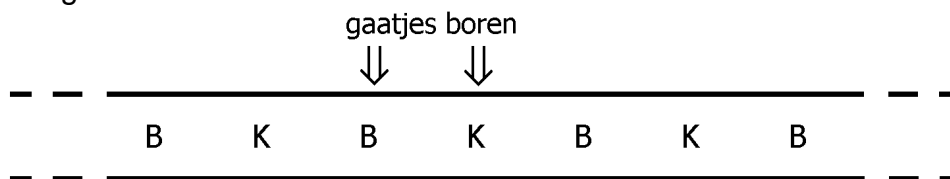
Een staande golf in een koord heeft een frequentie van 50 Hz. De voortplantingssnelheid bedraagt 90 m/s. Bereken de afstand tussen twee knopen.

### Opgave 5

In lucht kan er ook een staande golf optreden. De afstand tussen twee buiken bedraagt 18,0 cm. De voortplantingssnelheid is 343 m/s. Bereken de frequentie van de trilling.

### Opgave 6

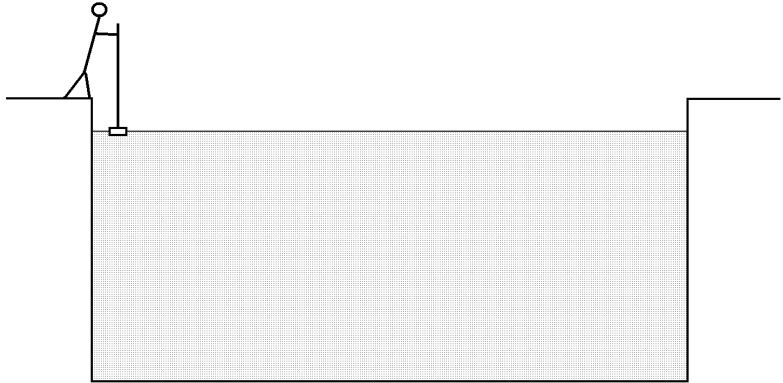
In de onderstaande figuur is een buis gevuld met lucht getekend. Er bevindt zich een staande golf in de lucht. De buiken en knopen in de lucht zijn met de letters B en K aangeduid.



Nu worden er twee gaatjes in de buis geboord. De plaatsen van de gaatjes zijn in de figuur aangegeven. Het blijkt dat het gaatje ter plaatse van de buik niet of nauwelijks invloed op de staande golf heeft. Echter, het gaatje ter plaatse van de knoop werkt zeer versturend op het golfpatroon. Verklaar dit verschil. Let daarbij op verdichtingen en verdunningen van de lucht.

### Opgave 7

In de figuur hiernaast is een zwembad afgebeeld. Jim laat een bezem een verticale harmonische trilling uitvoeren. Hierdoor ontstaat er een staande golf in het water waarbij de afstand tussen twee (aangrenzende) knopen 40 cm bedraagt.



Voor de voortplantingssnelheid

van de oppervlaktegolven in het water geldt:  $v = \sqrt{\frac{g \cdot \lambda}{2\pi}}$

Hierbij is  $g$  de gravitatieversnelling en  $\lambda$  de golflengte.

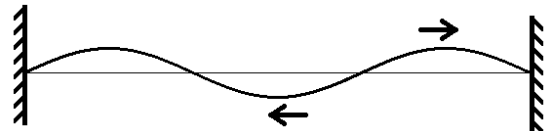
Bereken de frequentie waarmee Jim de bezem op en neer beweegt.

## § 5 Trillende snaar

### Golven in een snaar

In deze paragraaf staan snaren, die tussen twee vaste uiteinden gespannen zijn, centraal. Denk bijvoorbeeld aan een snaar van een gitaar of harp. Direct nadat de snaar is aangeslagen, lopen er allerlei golven in de snaar. Veel van deze golven zullen snel uitdoven. Alleen de golven met bepaalde golflengtes blijven over. De voorwaarde die hierbij geldt is dat er precies een geheel aantal halve golflengtes in de snaarlengte past.

De bovenstaande eis voor de golflengte wordt uitgelegd aan de hand van de figuur hiernaast. De naar rechts lopende golf wordt bij het uiteinde van de snaar teruggekaatst. Het gevolg is een naar links lopende golf. Deze wordt bij het andere uiteinde van de snaar ook weer teruggekaatst. Daarbij ontstaat weer een naar rechts lopende golf. Enzovoort. Alleen als er precies een geheel aantal halve golflengtes in de snaar past, versterken al deze golven elkaar. Deze golven vormen dan samen een staande golf.



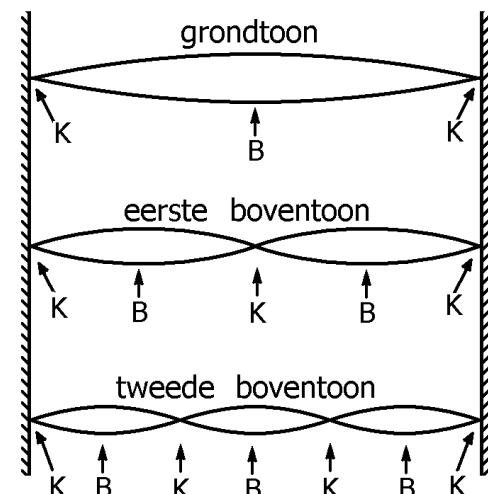
De heen- en teruglopende golven versterken elkaar alleen als er precies een geheel aantal halve golflengtes in de lengte van de snaar past. In de figuur is dit aantal 3.

### Staande golven in een snaar

Als een snaar even uit zijn evenwichtsstand is getrokken, ontstaan er in het algemeen meerdere staande golven in de snaar. Deze staande golven zijn onafhankelijk van elkaar. In de figuur hiernaast zijn de drie eenvoudigste staande golven weergegeven. Hierbij passen respectievelijk één, twee en drie halve golflengtes in de snaar.

Bij de twee uiteinden van de snaar bevindt zich altijd een knoop. In de figuur geven de letters K en B de plaatsen van de knopen en buiken aan.

Elke staande golf produceert een zuivere toon. De simpelste staande golf geeft de laagste toon: de zogenoemde grondtoon. Elke volgende staande golf geeft een hogere toon. Zo spreken we over de eerste boventoon, tweede boventoon enzovoort.



### De frequenties van een trillende snaar

De golflengte, behorend bij de grondtoon, wordt aangegeven met  $\lambda_0$ . In analogie hiermee worden de golflengtes, behorend bij de boventonen, aangegeven met  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ , enzovoort. Uit het voorgaande volgt dat de golflengtes zich als volgt tot elkaar verhouden.

$$\lambda_0 : \lambda_1 : \lambda_2 : \dots = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \dots$$

De frequentie van de grondtoon wordt aangegeven met  $f_0$ . In analogie hiermee worden de frequenties van de boventonen aangegeven met  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ , enzovoort.



De frequentie van de grondtoon is gelijk aan de voortplantingssnelheid gedeeld door de golflengte die bij de grondtoon hoort. Als de voortplantingssnelheid in de snaar onafhankelijk van de frequentie is (dit gaat meestal goed op), is de verhouding van de frequenties dus:

$$f_0 : f_1 : f_2 : \dots = 1 : 2 : 3 : \dots$$

### Voorbeeld van een opgave

Een snaar heeft een lengte van 70,0 cm. De voortplantingssnelheid in de snaar bedraagt 700 m/s. Bereken de frequentie van de grondtoon, van de eerste boventoon en van de tweede boventoon.

#### Oplossing

Eerst berekenen we de golflengte die hoort bij de grondtoon.

Omdat er precies een halve golflengte in de snaar past, geldt:  $\lambda_0 = 2 \cdot 0,700 \text{ m} = 1,40 \text{ m}$ .

Nu berekenen we de frequentie die hoort bij de grondtoon.

$$f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{700 \text{ m/s}}{1,40 \text{ m}} = 500 \text{ Hz}$$

Tenslotte berekenen we de frequenties die horen bij de eerste en tweede boventoon.

$$f_1 = 2 f_0 = 2 \cdot 500 \text{ Hz} = 1000 \text{ Hz}$$

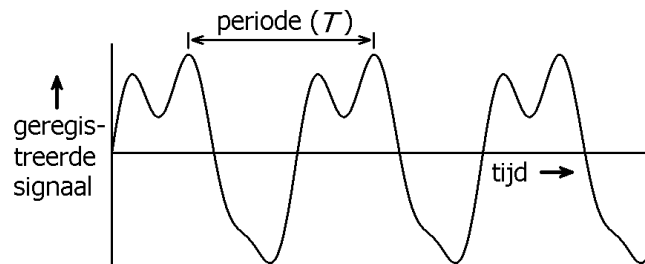
$$f_2 = 3 f_0 = 3 \cdot 500 \text{ Hz} = 1500 \text{ Hz}$$

### Geluid van een snaar

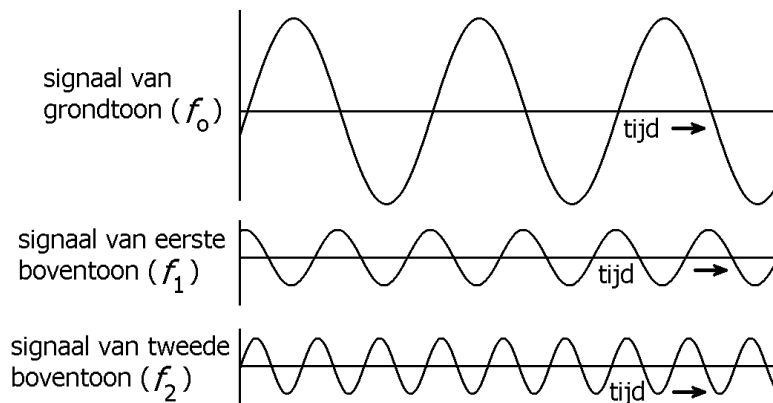
Een snaar produceert een aantal zuivere tonen. De verhouding van de frequenties is eenvoudig, namelijk 1 : 2 : 3 : 4 enzovoort. De volgende stelling is dan van kracht, waarbij een 'periodiek' signaal een zich steeds herhalend signaal is.

Als een geluidssignaal is opgebouwd uit zuivere tonen met frequenties  $f_0, 2 \cdot f_0, 3 \cdot f_0, 4 \cdot f_0$  enz., is dit signaal periodiek. De periode  $T$  van het geluidssignaal is gelijk aan die van de grondtoon. Dus geldt:  $T = \frac{1}{f_0}$ .

De figuur hiernaast is een voorbeeld van de geluidsregistratie van één trillende snaar. In het diagram is de tijd horizontaal uitgezet. Ga na dat het signaal periodiek is.

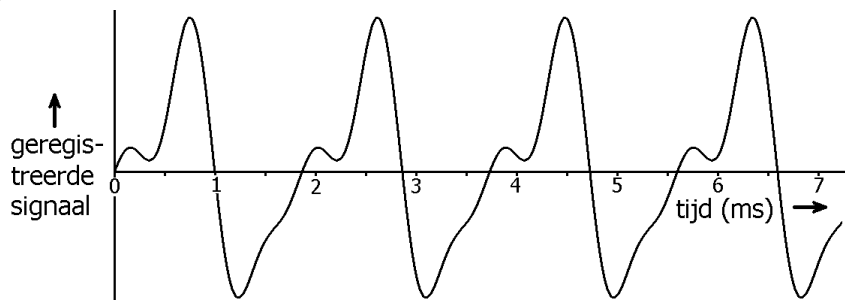


De registratie van de snaar bevat slechts drie zuivere tonen, namelijk de grondtoon, de eerste en de tweede boventoon. Deze zijn hiernaast afgebeeld. Als je alle drie de zuivere tonen samenvoegt, krijg je het oorspronkelijke geluidssignaal weer terug. Ga na dat de periode van het geregistreerde signaal gelijk is aan de periode van de grondtoon.



## Voorbeeld van een opgave

In de figuur hiernaast is een signaal afgebeeld van een trillende snaar. Bepaal uit de figuur de frequentie van de grondtoon, de eerste boventoon en de tweede boventoon.



### Oplossing

Het signaal is periodiek.

Drie periodes duren 5,6 ms. De letters ms betekenen hier milliseconde.

Voor één periode geldt dan:  $T = \frac{5,6 \text{ ms}}{3} = 1,87 \text{ ms}$ .

De frequentie van de grondtoon is dan:  $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,00187 \text{ s}} = 536 \text{ Hz}$ .

Voor de frequentie van de eerste en tweede boventoon geldt dan:

$$f_1 = 2 f_0 = 2 \cdot 536 \text{ Hz} = 1072 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 3 f_0 = 3 \cdot 536 \text{ Hz} = 1608 \text{ Hz}$$

## Toonhoogte en klankkleur

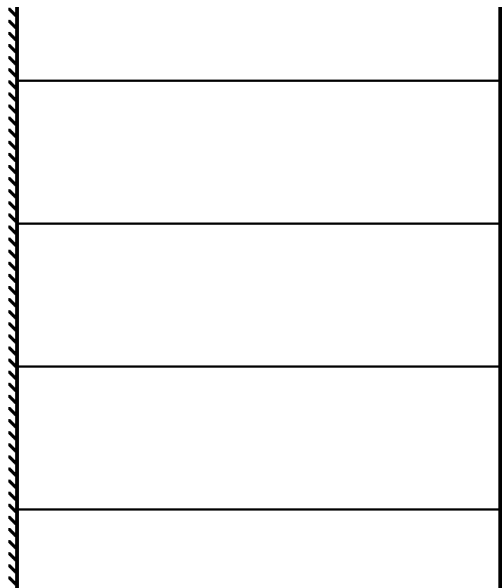
Onderzoek wijst uit dat de toonhoogte die men hoort, bepaald wordt door de grondtoon (de laagste frequentie dus). Het mengsel van boventonen (welke en in welke mate) is bepalend voor de klankkleur (timbre). Dit kun je goed horen bij een gitaarsnaar. Als je deze aanslaat, bestaat zijn trilling uit een mengsel van de grondtoon en een aantal boventonen. Het timbre kun je beïnvloeden door de plek te kiezen waar je de snaar aanslaat. Als je dat in het midden doet, hoor je voornamelijk de grondtoon. Als je dat vlak bij een uiteinde doet, zullen er ook veel boventonen meedoen. Het geluid klinkt dan rauwer.

# Opgaven bij § 5

## Opgave 1

Hiernaast is vier keer dezelfde snaar getekend.

- a.  
Teken bij de bovenste snaar het golfpatroon van de grondtoon.
- b.  
Teken bij de snaren daaronder het golfpatroon van de eerste, tweede en derde boventoon.
- c.  
Hoe verhouden de golflengtes van de vier staande golven zich?
- d.  
Hoe verhouden de frequenties van de vier staande golven zich?



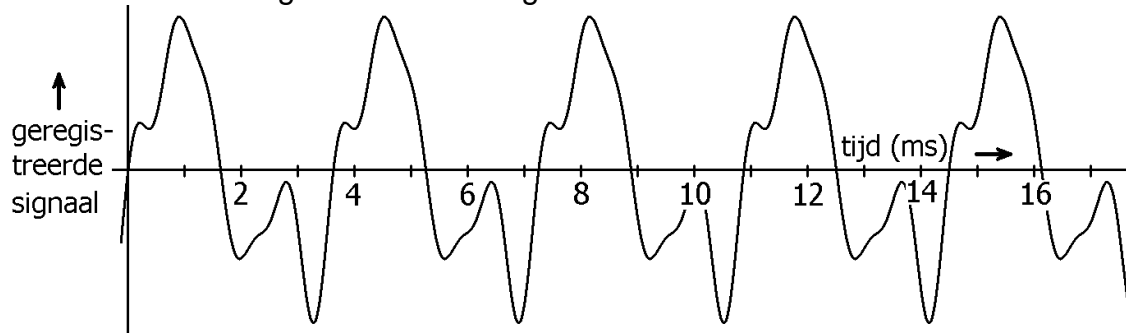
## Opgave 2

Een snaar is tussen twee vaste uiteinden bevestigd. De lengte van de snaar is 60,0 cm. De voortplantingssnelheid van golven in de snaar bedraagt 200 m/s.

- a.  
Bereken de golflengte die hoort bij de grondtoon.
- b.  
Bereken de frequentie die hoort bij de grondtoon.
- c.  
Bereken de golflengtes die horen bij de eerste en tweede boventoon.
- d.  
Bereken de frequenties die horen bij de eerste en tweede boventoon.

### Opgave 3

De onderstaande figuur toont een registratie van een trillende snaar.



a.  
Bepaal de frequentie van de grondtoon.

b.  
Wat zijn de frequenties van de eerste en tweede boventoon?

De lengte van de snaar is 90,0 cm.

c.  
Bereken de voortplantingssnelheid van golven die door de snaar gaan.

### Opgave 4

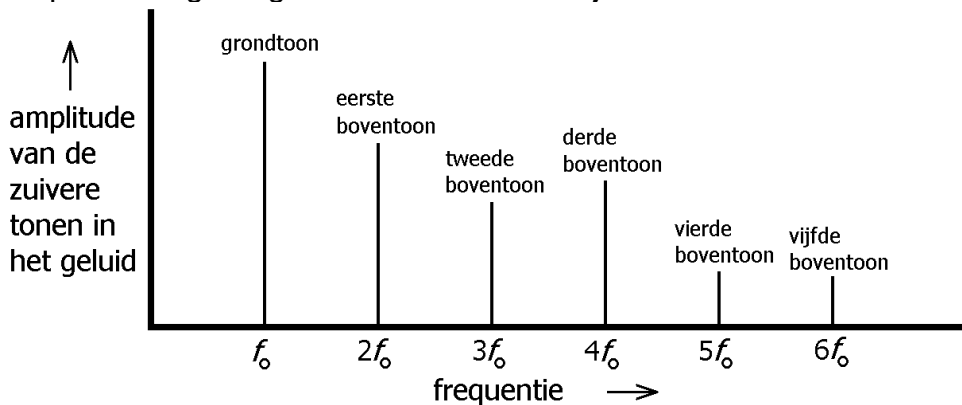
De voortplantingssnelheid van transversale golven in een snaar kan berekend worden met de volgende formule.

$$v = \sqrt{\frac{F_s}{m_L}}$$

Hierin is  $F_s$  de spankracht in het koord en  $m_L$  de massa per lengte-eenheid van het koord. Hieruit volgt dat als je de snaar van een gitaar strakker spant, de toonhoogte stijgt. Stel dat een gitaarsnaar in zijn grondtoon trilt met een frequentie van 440 Hz. Beredeneer dan stapsgewijs hoe groot de nieuwe grondfrequentie wordt als je de spankracht in de snaar verdubbelt.

### Opgave 5

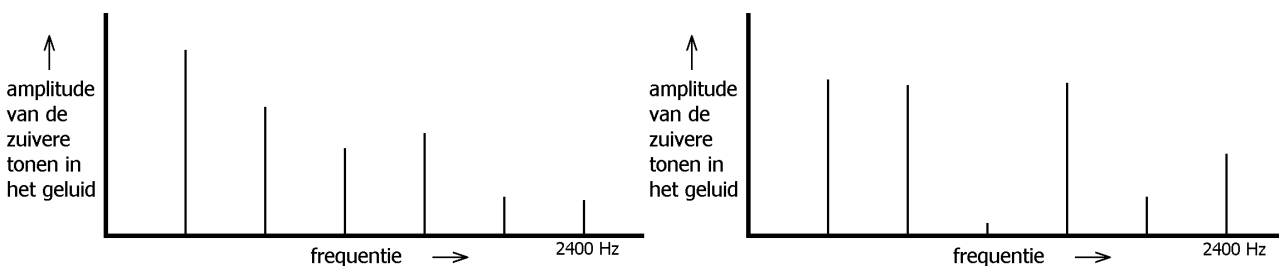
Als je een snaar aantokkelt, geeft deze een bepaald geluid dat bestaat uit de grondtoon en een aantal boventonen. De sterkte van deze (zuivere) tonen kan in een frequentiediagram getoond worden. Zie bijvoorbeeld de onderstaande figuur.



Dit diagram maakt het beantwoorden van de volgende vraag erg inzichtelijk. Stel nu dat de tweede boventoon een frequentie heeft van 600 Hz. Bepaal dan de frequentie van de vierde boventoon.

### Opgave 6

Men tokkelt van twee verschillende snaarinstrumenten één snaar aan. De geluiden die de instrumenten vervolgens voortbrengen, worden geanalyseerd. De onderstaande diagrammen geven van ieder geluid aan welke zuivere tonen in het geluid voorkomen en in welke mate.

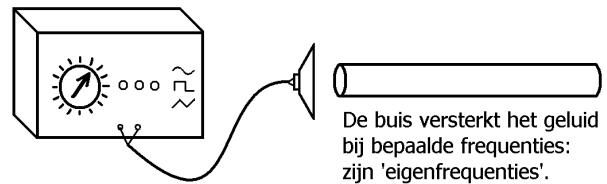


Leg uit dat beide geluiden dezelfde toonhoogte maar verschillende timbres hebben.

## § 6 Trillende luchtkolom

### Open en gesloten luchtkolom

In de figuur hiernaast wordt een holle buis bij een luidspreker gehouden die op een toongenerator is aangesloten. De buis is aan de linkerkant open. De rechterkant mag open of afgesloten zijn. Met de toongenerator voer je de frequentie langzaam op. Het valt dan op dat het geluid bij bepaalde toonhoogtes door de buis wordt versterkt.



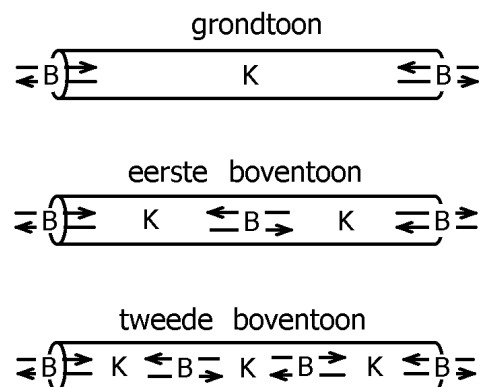
In het volgende gaan we dieper op dit verschijnsel in. Daarbij gebruiken we het woord luchtkolom. Daarmee bedoelen we de lucht die in de buis zit. In deze paragraaf maken we onderscheid tussen 'open' en 'gesloten' luchtkolommen. Bij een open luchtkolom is de buis aan beide uiteinden open. Bij een gesloten luchtkolom is de buis aan één uiteinde afgesloten door bijvoorbeeld een deksel of een stop.

Bij het hierboven genoemde proefje brengt de luidspreker de luchtkolom in trilling. Bij bepaalde frequenties ontstaat er in de luchtkolom een staande golf. Alleen bij deze frequenties (in dit verband ook wel resonantiefrequenties genoemd) wordt het geluid van de luidspreker versterkt. Net als bij een snaar moet de golflengte op een bepaalde manier 'passen' bij de lengte van de buis.

### Stande golven in een open luchtkolom

In de figuren hiernaast zijn de drie eenvoudigste staande golven van een open luchtkolom weergegeven. De pijlen geven de beweging van de lucht weer. De plaatsen van de knopen en buiken zijn met de letters K en B aangegeven.

Elke staande golf produceert een zuivere toon (één frequentie dus). De eenvoudigste staande golf geeft de laagste toon: de zogenoemde grondtoon. Elke volgende staande golf geeft een hogere toon. Zo spreken we over de eerste boventoon, tweede boventoon enzovoort.



Natuurlijk kun je jezelf afvragen hoe er in een buis met twee open uiteinden een staande golf kan ontstaan. Immers, bij een staande golf bewegen er lopende golven in tegengestelde richtingen. Worden deze lopende golven dan bij de open uiteinden teruggekaatst? Het antwoord is ja! Dat kun je zelf waarnemen in een smalle lange fietstunnel. Klap aan het begin van de tunnel in je handen en je hoort even later de echo!

Uit de bovenstaande figuren blijkt dat zich bij elk uiteinde van de buis een buik (B) bevindt. Dit is logisch want de lucht kan bij de openingen van de buis vrij heen en weer bewegen. De amplitude van de luchtbeweging is bij de uiteinden maximaal. De precieze plaatsen van deze buiken liggen trouwens net buiten de buis. In deze paragraaf wordt daar geen rekening mee gehouden.

## De resonantiefrequenties van een open luchtkolom

Net als bij een trillende snaar worden de golflengtes die horen bij de grondtoon en de boventonen aangegeven met  $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$ ,  $\lambda_3$ , enzovoort.

Net als bij een trillende snaar is een staande golf in een buis met twee open uiteinden alleen mogelijk als er precies een geheel aantal halve golflengtes in past. Ga dat na! De verhouding van de golflengtes is dus:

$$\lambda_0 : \lambda_1 : \lambda_2 : \dots = 1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \dots$$

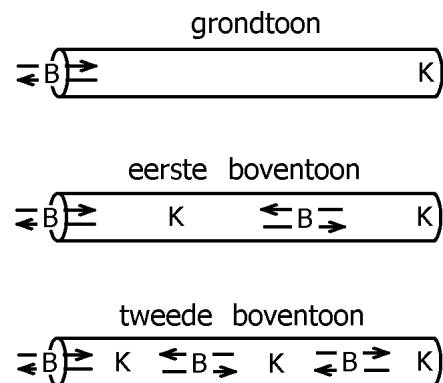
De frequenties van de grondtoon en de boventonen worden aangegeven met  $f_0$ ,  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $f_3$ , enzovoort. De voortplantingssnelheid in lucht is onafhankelijk van de frequentie. Daarom is de verhouding van de resonantiefrequenties:

$$f_0 : f_1 : f_2 : \dots = 1 : 2 : 3 : \dots$$

## Gesloten luchtkolom

Nu kijken we naar de staande golven in een gesloten luchtkolom. In de hiernaast getekende buizen is het rechter uiteinde steeds dicht. Deze afsluiting zorgt ervoor dat de lucht daar niet meer heen en weer kan bewegen.

De figuren geven de drie eenvoudigste staande golven weer. Deze leveren de grondtoon en de eerste twee boventonen. Op dezelfde manier zoals dat hiervoor gedaan werd, stellen de pijlen de luchtbewegingen voor. De letters K en B geven aan waar de plaatsen van de knopen en buiken zitten. Zoals te verwachten was, bevindt zich steeds een knoop bij het afgesloten uiteinde. Daar kan de lucht immers niet heen en weer bewegen. Bij het open uiteinde bevindt zich elke keer een buik.



Bij de grondtoon is de lengte van de buis gelijk aan een vierde van de golflengte. De afstand tussen een buik en een knoop is namelijk altijd een kwart golflengte. Bij de eerste boventoon is de buislengte gelijk aan drie vierde van de golflengte. Ga dat na. Bij de tweede boventoon is de buislengte gelijk aan vijf vierde van de golflengte.

Voor de verhouding van de golflengtes geldt dus:

$$\lambda_0 : \lambda_1 : \lambda_2 : \dots = 1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} : \dots$$

Voor de verhouding van de resonantiefrequenties geldt dan:

$$f_0 : f_1 : f_2 : \dots = 1 : 3 : 5 : \dots$$

## Rekenvoorbeeld

In een 70,0 cm lange holle buis zit lucht met een voortplantingssnelheid van 343 m/s. Eerst gaan we ervan uit dat beide uiteinden van de buis open zijn (een open luchtkolom dus). Bij de grondtoon past er precies een halve golflengte in de buis. Dus geldt:

$$\lambda_0 = 2 \cdot 0,700 \text{ m} = 1,40 \text{ m.}$$

Voor de frequentie van de grondtoon geldt:

$$f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{343 \text{ m/s}}{1,40 \text{ m}} = 245 \text{ Hz}$$

Voor de frequentie van de eerste en tweede boventoon geldt:

$$f_1 = 2 f_0 = 2 \cdot 245 \text{ Hz} = 490 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 3 f_0 = 3 \cdot 245 \text{ Hz} = 735 \text{ Hz}$$

Nu kijken we naar het geval dat één kant van de buis afgesloten is (een gesloten luchtkolom). Bij de grondtoon past er precies een kwart golflengte in de buis. Dus geldt:

$$\lambda_0 = 4 \cdot 0,700 \text{ m} = 2,80 \text{ m.}$$

Voor de frequentie van de grondtoon geldt:

$$f_0 = \frac{v}{\lambda_0} = \frac{343 \text{ m/s}}{2,80 \text{ m}} = 123 \text{ Hz}$$

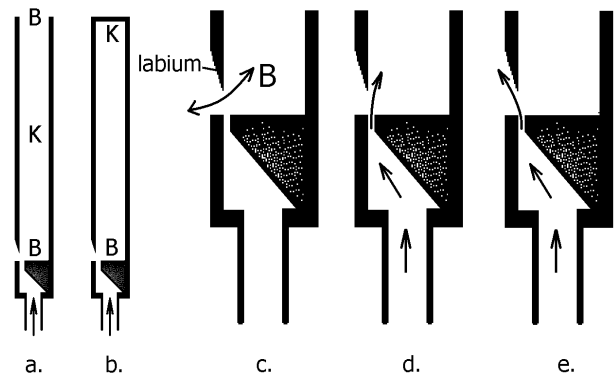
Voor de frequenties van de eerste en tweede boventoon geldt:

$$f_1 = 3 f_0 = 3 \cdot 123 \text{ Hz} = 369 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 5 f_0 = 5 \cdot 123 \text{ Hz} = 615 \text{ Hz}$$

## De trilling van een luchtkolom versterken met een labium

Bij veel muziekinstrumenten spelen trillende luchtkolommen een belangrijke rol. Het eenvoudigste geval is een orgelpijp. In de figuren a en b hiernaast zijn twee vormen van orgelpijpen schematisch voorgesteld, namelijk met een open en een gesloten bovenkant. In de figuren zijn ook de plaatsen van de buiken en de knopen aangegeven die horen bij de grondtoon. Onderin de luchtkolom heerst er een buik ten gevolge van de open verbinding met de buitenlucht. Zoals in figuur c is getekend, wordt de lucht door de trillende luchtkolom afwisselend aangezogen en weggeduwd.



Aan de onderzijde worden de orgelpijpen angeblazen. Zie de figuren d en e. Daarmee wordt de trilling van de luchtkolom opgewekt en op sterkte gehouden. Van onderen uit wordt er een snelle luchtstroom in de richting van het labium gestuurd. Deze snelle stroom komt rechts van het labium terecht tijdens het aanzuigen van lucht (figuur d) en links tijdens het wegduwen van lucht (figuur e). Het aanzuigen wordt door de snelle luchtstroom versterkt. Uiteindelijk krijg je dan hetzelfde effect als bij een schommel die je steeds op het juiste moment een zetje geeft.



Bij zacht aanblazen wordt de grondtoon opgewekt. Bij harder aanblazen ontstaat de eerste boventoon en bij nog harder aanblazen de tweede boventoon. Dit is onder andere bij een blokfluit (die ook een labium heeft) een bekend verschijnsel. Dit houdt verband met het feit dat de snelheid waarmee de lucht heen en weer beweegt (zoals getekend in figuur c) bij boventonen vaak groter is dan bij de grondtoon.

# Opgaven bij § 6

## Opgave 1

In de luchtkolom van een buis wordt een staande golf opgewekt. De buis bevat een open uiteinde en een gesloten uiteinde.

Bevindt zich een buik of een knoop bij het open uiteinde?

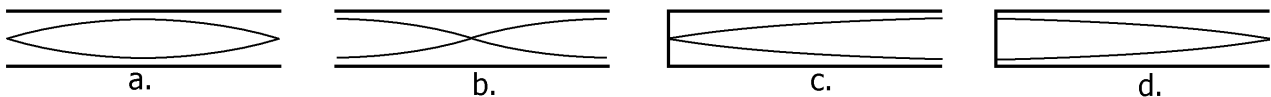
Bevindt zich een buik of een knoop bij het gesloten uiteinde?

## Opgave 2

Soms wordt een trillende luchtkolom in een buis weergegeven alsof het een transversale golf (in plaats van een longitudinale golf) is. Zie de onderstaande figuren a t/m d. Daarover gaan de volgende twee vragen.

Welke van de figuren stelt de grondtoon van een open luchtkolom voor?

Welke van de figuren stelt de grondtoon van een gesloten luchtkolom voor?



## Opgave 3

Een holle buis heeft twee open uiteinden.

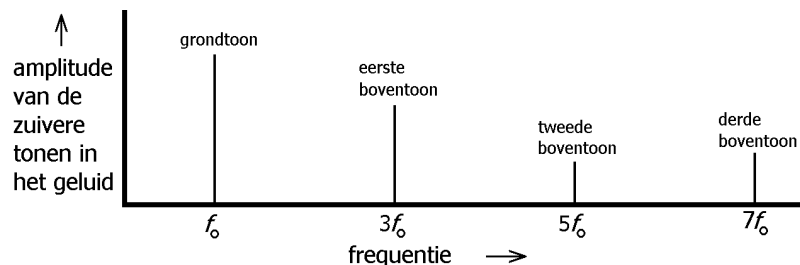
Hoe verhouden de resonantiefrequenties van de luchtkolom in de buis zich tot elkaar?

Een holle buis heeft een open uiteinde en een afgesloten uiteinde.

Hoe verhouden de resonantiefrequenties van de luchtkolom in de buis zich tot elkaar?

## Opgave 4

Een muziekinstrument brengt geluid voort met behulp van een trillende luchtkolom. Het geluid bestaat uit een aantal zuivere tonen. In het diagram hiernaast wordt weergegeven welke frequenties deze tonen hebben. Leg uit of de luchtkolom open of gesloten is.



## Opgave 5

Een buis met een lengte van 40,0 cm heeft twee open uiteinden.

a.

Bereken de golflengte die hoort bij de grondtoon van de trillende luchtkolom in de buis.

b.

Bereken de frequentie van de grondtoon. Ga uit van een geluidssnelheid van 343 m/s.

c.

Bereken de frequentie van de eerste en de tweede boventoon.

### Opgave 6

Een buis met een lengte van 30,0 cm heeft een open uiteinde en een afgesloten uiteinde.

a.

Bereken de golflengte die hoort bij de grondtoon van de trillende luchtkolom in de buis.

b.

Bereken de frequentie van de grondtoon. Ga weer uit van een geluidssnelheid van 343 m/s.

c.

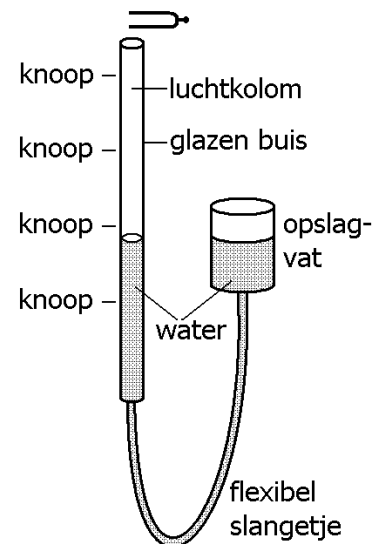
Bereken de frequentie van de eerste en de tweede boventoon.

### Opgave 7

In de hiernaast afgebeelde opstelling breng je de luchtkolom in een glazen buis met behulp van een stemvork in trilling. De buis is aan de bovenkant open. De lengte van de luchtkolom kun je variëren door de hoeveelheid water in de buis te veranderen. Dit kun je bereiken door het opslagvat omhoog of omlaag te bewegen.

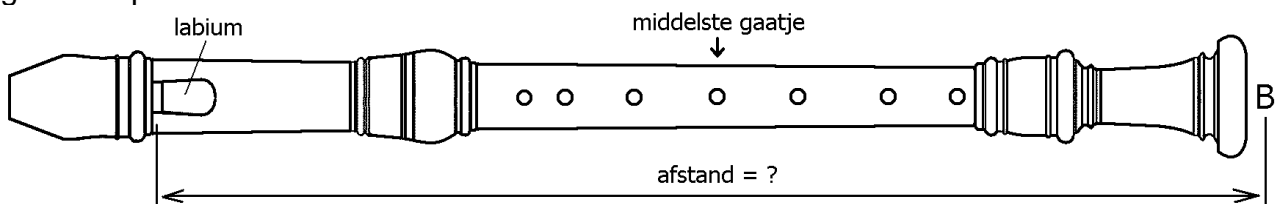
Bij bepaalde waterhoogtes wordt het geluid van de stemvork versterkt. Deze hoogtes zijn in de figuur aangegeven. Deze waterhoogtes zijn de plaatsen van de knopen van de staande golf in de luchtkolom. Als de frequentie van de stemvork 1700 Hz bedraagt, is de afstand tussen twee opeenvolgende waterhoogtes 10,0 cm.

Bereken uit deze gegevens de geluidssnelheid.



### Opgave 8

In de onderstaande figuur is een blokfluit afgebeeld. Zowel bij het labium als bij het rechter uiteinde van de blokfluit zit een buik. Als alle gaatjes dicht gehouden worden, bedraagt de grondfrequentie 520 Hz.



a.

Bereken de afstand tussen het labium en de rechter buik. De geluidssnelheid is 343 m/s.

Het middelste gaatje, dat zich precies halverwege de bij a. berekende afstand bevindt, wordt nu geopend.

b.

Leg uit dat er dan in de blokfluit bij het middelste gaatje een buik ontstaat.

c.

Beredeneer hoe groot de laagste frequentie, die de blokfluit kan voortbrengen, wordt na het openen van het gaatje.

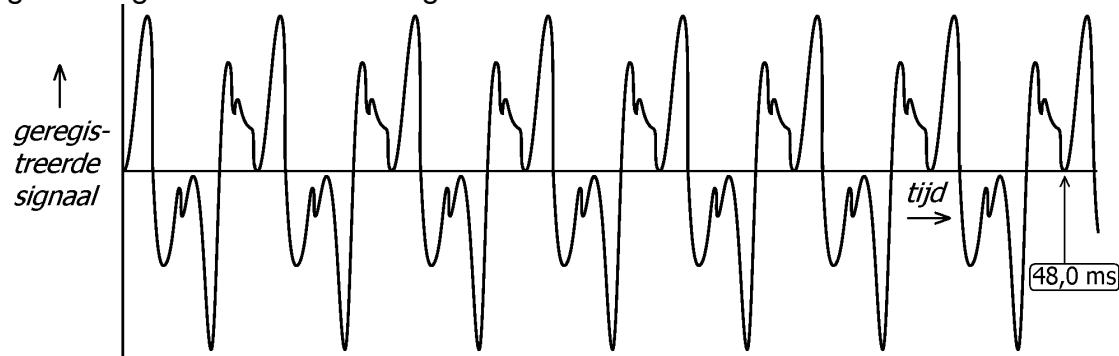
### Opgave 9

Een klarinet is een houten blaasinstrument. Zie de onderstaande figuur.



Aan het mondstuk van de klarinet zit een zogeheten "riet". Bij het aanblazen van de klarinet gaat dit riet trillen. Deze trilling brengt de luchtkolom in het middenstuk van de klarinet in een staande golfbeweging. Hierbij kan het riet opgevat worden als een gesloten uiteinde en de beker (het andere uiteinde van de klarinet) als een open uiteinde.

In de klarinet zitten gaten die met toetsen open en gesloten kunnen worden. Als alle gaten gesloten zijn, produceert de klarinet zijn laagste toon. Het hierbij behorende geluidssignaal is hieronder afgebeeld.



a.

Bepaal de frequentie van de grondtoon van de klarinet in dit signaal.

b.

Hoeveel keer zo groot is de frequentie van de eerste boventoon als die van de grondtoon?

\_\_\_\_\_

De geluidssnelheid is 343 m/s.

c.

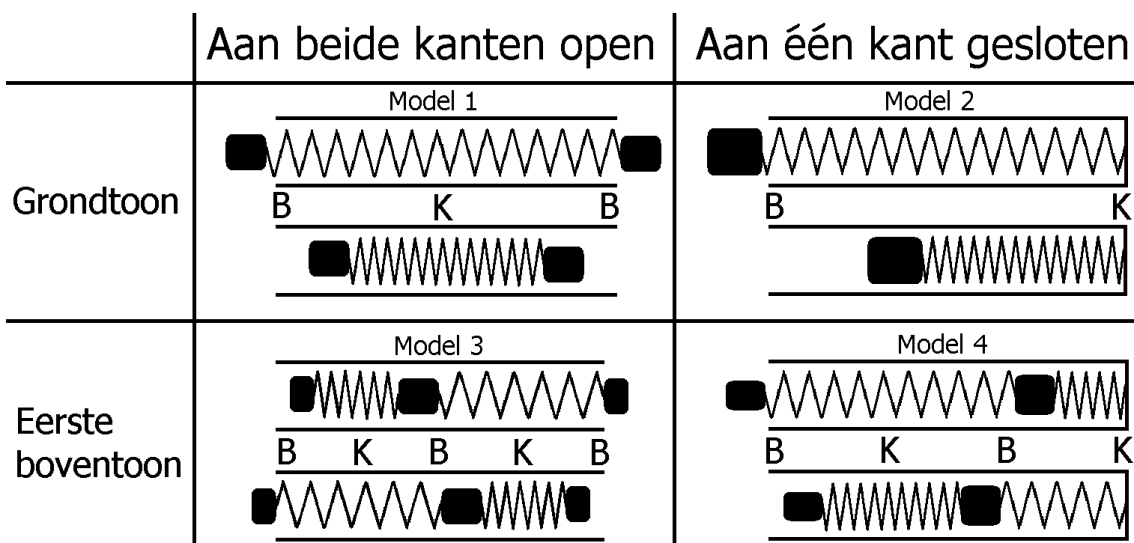
Bereken hoe lang de klarinet (bij benadering) is.

# BIJLAGE

## Een trillende luchtkolom modelleren met blokjes en veren

Een trillende luchtkolom kan vergeleken worden met heen en weer bewegende blokjes die met elkaar verbonden zijn via spiraalveren. De blokjes vertegenwoordigen de traagheid (massa) van de bewegende lucht en de veren de samendrukbaarheid van de lucht. De blokjes bevinden zich bij de buiken (B). De veren worden afwisselend ingedrukt en uitgerekt. De veerwindingen staan ter plaatse van de knopen (K) stil.

In het onderstaande schema zijn vier modellen van blokjes en veren getekend. De modellen zijn genummerd van 1 tot en met 4. Ze horen bij de grondtoon en bij de eerste boventoon van een open en van een gesloten luchtkolom. Van elk model zijn de twee uiterste standen weergegeven.



Binnen ieder model trillen de blokjes harmonisch en met dezelfde trillingstijd. We kunnen aannemelijk maken dat de trillingstijd van model 2 twee keer zo groot is als van model 1. Dit is in overeenstemming met de eerder behandelde theorie van staande golven in luchtkolommen. Uitgangspunt is de volgende formule voor de trillingstijd  $T$  van een massa-veer-systeem.

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{C}}$$

Model 1 vatten we op als twee onafhankelijke massa-veer-systemen die bij K gescheiden zijn. We doen nu twee aannames. Ten eerste nemen we aan dat de massa  $m$  van het blokje in model 2 twee keer zo groot is als die van elk blokje in model 1. Ten tweede nemen we aan dat de veerconstante  $C$  van de veer in model 2 twee keer zo klein is als die van elke veer in model 1 (lange veren zijn makkelijker in te drukken dan korte veren). Uit de bovenstaande formule blijkt dan dat model 2 een twee keer zo grote trillingstijd heeft en dus met de halve frequentie trilt als model 1.

Op vergelijkbare manier kun je aannemelijk maken dat de trillingstijd van model 3 twee keer zo klein is als van model 1 en dat de trillingstijd van model 4 drie keer zo klein is als van model 2.