

Naam: _____ Klas: _____

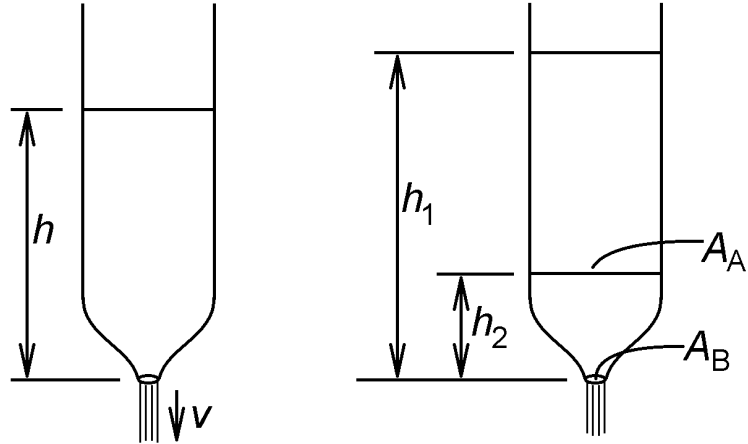
Practicum: Vloeistofstroming uit vat

Inleiding

In de figuren hiernaast is twee keer een fles zonder bodem afgebeeld. De open bodem bevindt zich aan de bovenkant. De fles is gevuld met water en loopt leeg. Volgens de wet van Bernoulli geldt voor de snelheid v bij de uitstroomopening:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Hierin is g de valversnelling en h de hoogte van de waterspiegel boven de uitstroomopening. De grootheden v en h zijn in de linker figuur weergegeven. Het bewijs van deze formule staat verderop.



In de rechter figuur wordt de tijdsduur Δt gemeten waarin het wateroppervlak daalt van hoogte h_1 tot hoogte h_2 . In dit practicum wordt Δt de 'daaltijd' genoemd. Uitgaande van de eerder genoemde formule voor v geldt voor de daaltijd:

$$\Delta t = \frac{A_A}{A_B} \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})$$

Hierin is A_A de oppervlakte van de (binnen)doorsnede van het wijde deel van de fles en A_B die van de uitstroomopening van de fles (ezelsbrug: A = above en B = below). Het bewijs van deze formule staat verderop.

Opdrachten

Meet de daaltijd Δt bij verschillende waarden van de starthoogte h_1 en eindhoogte h_2 .

Ga na of de bovenstaande formule voor de daaltijd in overeenstemming is met de metingen. Probeer ook een schatting van de gravitatieversnelling te maken.

Tip: als de meetresultaten in een diagram verwerkt worden, kan de juiste keuze van de assen tot een rechte grafiek leiden.

Bewijs van de formules

Deel 1

Volgens de wet van Bernoulli geldt langs een stroomlijn:

$$p + \rho \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2 = \text{constant}$$

Bij de waterspiegel (bovenin het water) is de watersnelheid verwaarloosbaar klein en wordt het linker lid: $p + \rho \cdot g \cdot h$.

Bij de uitstroomopening (hoogte $h = 0$) wordt het linker lid: $p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$.

Volgens de wet van Bernoulli geldt dan dus: $p + \rho \cdot g \cdot h = p + \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$.

Hieruit volgt: $v = \sqrt{2gh}$

Deel 2

Noem u de daalsnelheid van de waterspiegel en v de snelheid van het water bij de uitstroomopening. Dan geldt:

$$u \cdot A_A = v \cdot A_B$$

Hieruit volgt:

$$-\frac{dh}{dt} A_A = A_B \sqrt{2gh}$$

Hieruit volgt:

$$-\frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{A_B}{A_A} \sqrt{2g} \cdot dt$$

Hieruit volgt:

$$-2d(\sqrt{h}) = \frac{A_B}{A_A} \sqrt{2g} \cdot dt$$

Hieruit volgt:

$$-2 \left[\sqrt{h} \right]_{h_1}^{h_2} = \frac{A_B}{A_A} \sqrt{2g} \cdot [t]_{t_1}^{t_2}$$

Hieruit volgt:

$$2(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}) = \frac{A_B}{A_A} \sqrt{2g} \cdot \Delta t$$

Hieruit volgt:

$$\Delta t = \frac{A_A}{A_B} \sqrt{\frac{2}{g}} \cdot (\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2})$$